Олонлог сургууль 12а М. Лханаатав.

1	7
2	7
3	0
Σ	14

A1 $K = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$

$M = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n$ байна.

$P(x) = M(x+1)^K - (x+a_1)(x+a_2)\dots(x+a_n)$ байна.

$P(0) = M - a_1 \cdot \ldots \cdot a_n = 0$ байна.

$x>0$ үед.

$\cancel{M\cdot(x+1)^K \geq a_1}$

$(x+a_1)(x+a_2)\dots(x+a_n) \geq M(x+1)^K$ гэж баталъя. (1)

$M(x+1)^K = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n \cdot (x+1)^{\frac{1}{a_1}+\dots+\frac{1}{a_n}} = \prod_{i=1}^{n} a_i \cdot (x+1)^{\frac{1}{a_i}}$ болно.

$x+a_i \geq a_i (x+1)^{\frac{1}{a_i}}$ гэж баталбал (1) - батлагдана =)

=) $\forall x>0$ үед $P(x)<0$ болно =) $P(x)$-д эерэг язгуур байхгүй болно =) ▲

$(x+a_i) \geq a_i \cdot (x+1)^{\frac{1}{a_i}}$ гэж баталъя.

$(x+a_i)^{a_i} \geq a_i^{a_i}(x+1)$ ~~тэнцэх хэт~~ гэж баталбал болно.

$(x+a_i)^{a_i} = \underbrace{x^{a_i} + C_{a_i}^1 \cdot x^{a_i-1} \cdot a_i + \dots +}_{B} C_{a_i}^{a_i-1} \cdot x \cdot a_i^{a_i-1} + a_i^{a_i} = B + a_i^{a_i}(x+1)$ =)

$a_i, x>0 \Rightarrow B \geq 0$

=) $(x+a_i)^{a_i} \geq a_i^{a_i}(x+1)$ болно. B тэнцэлд хүрэхийн тулд $a_i=1$ байх ёстой. $M>1$ учир $a_j \neq 1$ байх j олдоно.

Энэ j-ийн хувьд $(x+a_j)^{a_j} > a_j^{a_j}(x+1)$ байна. =)

$x>0$ үед

=) $\prod_{i=1}^{n} (x+a_i) > \prod_{i=1}^{n} a_i (x+1)^{\frac{1}{a_i}} = M\cdot(x+1)^K$ =) ▲ ✓ 7

∀ хамелеон нэг байрлал авья. Энэ байрлалыг S-гэе

A2. a ~~үсгийн баруун талд орших b үсгийн тоог~~ нэрлэе.

a, b, c үсгүүдээ тэмдэглэе. Хамгийн зүүн a-үсгийг a_1-гээд дараагийнхийг нь a_2-, . . . хамгийн сүүлийнхийг нь a_n гэе.

c, b-г мөн адил тэмдэглэе.

a_i үсгийн баруун талд орших b үсгийн тоог $A_{b,i}$ гэе.

a_i үсгийн зүүн талд орших b үсгийн тоог $A'_{b,i}$ гэе.

$B_{a,i}$; $B'_{a,i}$; $B_{c,i}$; $B'_{c,i}$; $C_{a,i}$; $C'_{a,i}$, $C_{b,i}$, $C'_{b,i}$, $A_{c,i}$, $A'_{c,i}$ - зэргийг адилхан тодорхойлогдоно.

$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \left(A_{b,i} + A'_{b,i}\right) = n^2 \text{ байна}}$. (1). $A_{b,i} + A'_{b,i} = n$ байна.

A-гуудын B, C-гээр солиход адилхан хамаарна.

$$\sum_{i=1}^{n} A_{b,i} = \sum_{i=1}^{n} B'_{a,i} \text{ байна.}$$

(1) $\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} A_{b,i}$ эсвэл $\sum_{i=1}^{n} A'_{b,i}$ энэ хоёрын аль нэг нь $\frac{n^2}{2}$-оос их байна.

Хэрэв $\sum_{i=1}^{n} A_{b,i} \geq \frac{n^2}{2}$ үед.

S- байрлалаас $b_1 b_2 b_3 \dots b_n\, c_1 c_2 \dots c_n\, a_1 \dots a_n$ - гэсэн байрлалд шилжихдээ a, b-г хоорондоо нь сольсон үйлдэл $\frac{n^2}{2}$-оос олон удаа ~~$\frac{n^2}{2}$-оо~~ хийсэн байх ёстой. Яагаад гэвэл a_i бүр баруун талд байгаа b-үүдтэй байраа солих ёстой. a, b-г солих үйлдлийн тоо $\sum_{i=1}^{n} A_{b,i}$ байна.

$\sum_{i=1}^{n} A'_{b,i} \geq \frac{n^2}{2}$ үед адилхан. $a_1 \dots a_n\, c_1 \dots c_n\, b_1 \dots b_n$ - байрлалд очиход $\sum_{i=1}^{n} A'_{b,i}$ үйлдэл зарцуулна.

~~$\sum_{i=1}^{n} A_{b,i} \geq \frac{n^2}{2}$. $\sum_{i=1}^{n} C_{a,i} \leq \frac{n^2}{2}$ энэ байна.~~

~~$\sum_{i=1}^{n} B_{c,i} \geq \frac{n^2}{2}$ оос үед.~~

$$\sum_{i=1}^{n} A_{b,i} + \sum_{i=1}^{n} B_{c,i} + \sum_{i=1}^{n} C'_{a,i} \geq \frac{3n^2}{2} \text{ үед.}$$

S байрлалаас

$c_1 c_2 \ldots c_n\, b_1 b_2 \ldots b_n\, a_1 \ldots a_n$ энэ байрлалд очихын тулд $\frac{3n^2}{2}$-оос

буюу = Яагаад авбал

их үйлдэл хийнэ. $\sum_{i=1}^{n} C'_{a,i}$ нь a, c - хоёрын хооронд байх солих үйлдлийн

тоо. $\sum_{i=1}^{n} A_{b,i}$ нь a, b - хоёрын хооронд байх солих үйлдлийн тоо.

$\sum_{i=1}^{n} B_{c,i}$ нь b, c - хоёрын хооронд байх солих үйлдлийн тоо. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} A_{b,i} + \sum_{i=1}^{n} B_{c,i} + \sum_{i=1}^{n} C'_{a,i}$ нь нийт байх солих үйлдлийн тоо.

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} A_{b,i} + \sum_{i=1}^{n} B_{c,i} + \sum C'_{a,i} \leq \frac{3n^2}{2} \text{ үед.} \\ &\sum_{i=1}^{n} (A'_{b,i} + A_{b,i}) + \sum_{i=1}^{n} (B_{c,i} + B'_{c,i}) + \sum_{i=1}^{n} (C_{a,i} + C'_{a,i}) = 3n^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} A'_{b,i} + \sum_{i=1}^{n} B'_{c,i} + \sum_{i=1}^{n} C_{a,i} \geq \frac{3n^2}{2} \text{ байна.}$$

энэ үед S байрлалаас $a_1 a_2 \ldots a_n\, b_1 b_2 \ldots b_n\, c_1 c_2 \ldots c_n$ байрлалд

очихдоо $\frac{3n^2}{2}$-оос их буюу тэнцүү = үйлдэл хийнэ. Яагаад гэх нь

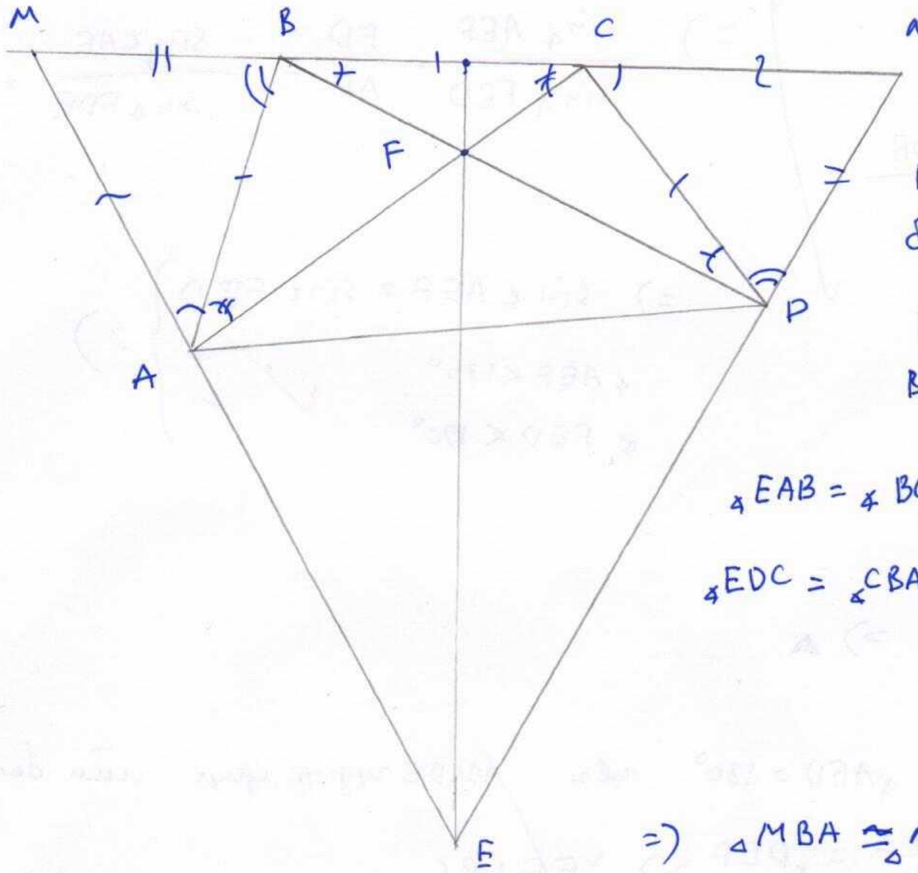
дээрхийн адилхан.

Олонлог 12а М. Лхамаажав.

Олонлог сургууль 12а М. Лханаамаав.

B1.

7



$AC \cap BD = F$ гэе.

$EF \perp BC$ гэж баталвал болно.

$BC \cap AE = M$

$BC \cap ED = N$ гэе.

гадаад өнцгүүд

$\angle EAB = \angle BCD \Rightarrow \angle MAB = \angle DCN$

$\angle EDC = \angle CBA \Rightarrow \angle CDN = \angle MBA$

$BA = CD$

ӨТӨ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle MBA \cong \triangle NDC \Rightarrow \angle AMB = \angle DNC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $EM = EN$

$EF \perp BC$ гэж батлах естой $\Bigg\} \Rightarrow \angle MEF = \angle NEF$ гэж баталвал болно.

$\left.\begin{array}{l}\angle MAB = \angle NCD \\ \angle BAC = \angle BCA\end{array}\right\} \Rightarrow \angle CAE = \angle ACD$

$\left.\begin{array}{l}\angle MBA = \angle CDN \\ \angle CBD = \angle CDB\end{array}\right\} \Rightarrow \cancel{\angle ACD}\ \angle ABD = \angle BDE$

BFA $\triangle$-н дээр sin-ийн TR бичвэл.

$$\frac{\sin\angle BFA}{BA} = \frac{\sin\angle ABF}{AF}$$

CFD $\triangle$-н дээр бичвэл

$$\frac{\sin\angle CFD}{CD} = \frac{\sin\angle FCD}{FD}$$

$$\frac{\sin\angle BFA}{BA} = \frac{\sin\angle CFD}{CD}$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\sin\angle BDE}{AF} = \frac{\sin\angle ABF}{AF} = \frac{\sin\angle FCD}{FD} = \frac{\sin\angle CAE}{FD} \Rightarrow \frac{\sin\angle BDE}{\sin\cancel{\angle FCD}\ \angle CAE} = \frac{AF}{FD}$$

AEF △-н дээр бичвэл (sin TR)

$$\frac{\sin\angle AEF}{\cancel{\sin} AF} = \frac{\sin\angle CAE}{EF}$$

FDE △-н дээр бичвэл

$$\frac{\sin\angle FED}{FD} = \frac{\sin\angle FDE}{EF}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\angle AEF}{\sin\angle FED} \cdot \frac{FD}{AF} = \frac{\sin\angle CAE}{\sin\angle FDE} = \frac{FD}{AF} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \sin\angle AEF = \sin\angle FED \\ \angle AEF < 180^\circ \\ \angle FED < 180^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle AEF = \angle FED \Rightarrow$ △

эсвэл

$\angle AEF + \angle FED = 180^\circ \Rightarrow \angle AED = 180^\circ$ гэвч ABCDE гүдгэр учир ийм байх боломжгүй $\Rightarrow$ $\angle AEF = \angle DEF \Rightarrow EF \perp BC$

Оюунлэг төв сургууль 12ª М. Ахмадиаав.

B2 $(p,10)\neq 1$ үед $p=2,5$ байна.

Энэ үед A хүн a_0-ыг p-ээр сонгоход $M \vdots p$ байна.

$(p,10)=1$ үед.

$$10^{p-1}\equiv 1\ (p)$$

$$\left(10^{\frac{p-1}{2}}+1\right)\left(10^{\frac{p-1}{2}}-1\right)\equiv 0\ (p) \Rightarrow \quad 10^{\frac{p-1}{2}}\equiv \pm 1\ (p) \text{ байна.}$$

① $10^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ (p)$ үед. Нийт p-ын үлдэгдэл хийх цифр A хүн сүүлийн үлдэгдлийг хийнэ.

A хүн эхлээд $a_0=0$ байх үлдэгдэл хийнэ.

Дараа нь $a_i\cdot 10^i+a_{i+\frac{p-1}{2}}\cdot 10^{i+\frac{p-1}{2}}\equiv 10^i\cdot\left(a_i+a_{i+\frac{p-1}{2}}10^{\frac{p-1}{2}}\right)\equiv 10^i\cdot\left(a_i+a_{i+\frac{p-1}{2}}\right)\ (p)$ байна.

B хүн $i,\ i+\frac{p-1}{2}$-ийн аль нэгийн сонгоход A хүн үлдсэнийг сонгоод

$a_i+a_{i+\frac{p-1}{2}}=9$ байхаар авч чадна. Тэгвэл:

$$M=a_0+a_1\cdot 10+\ldots+a_{p-1}\cdot 10^{p-1}\equiv\sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}}10^i\cdot\left(a_i+a_{i+\frac{p-1}{2}}\right)\equiv\sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}}10^i\cdot 9\equiv$$

$$\equiv 9\cdot\left(10+10^2+\ldots+10^{\frac{p-1}{2}}\right)\equiv 10\cdot\left(10^{\frac{p-1}{2}}-1\right)\equiv 0\ (p).\Rightarrow$$

6.5 оноо

$\Rightarrow 10^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ (p)$ үед A-д хожих стратеги байна.

② $10^{\frac{p-1}{2}}\equiv -1\ (p)$ үед

~~оноо~~.

A хүн эхлээд $a_0=0$ байх үлдэгдэл хийнэ.

$p\neq 3$.

Дараа нь $a_i 10^i+a_{i+\frac{p-1}{2}}\cdot 10^{i+\frac{p-1}{2}}\equiv 10^i\cdot\left(a_i+a_{i+\frac{p-1}{2}}\cdot 10^{\frac{p-1}{2}}\right)\equiv 10^i\left(a_i-a_{i+\frac{p-1}{2}}\right)(p)$

B хүн ~~хүн~~ $i,\ i+\frac{p-1}{2}$-ийн аль нэгийн сонгон үлдэгдэл хийхэд.

A хүн үлдсэнийг сонгоод $a_i=a_{i+\frac{p-1}{2}}$ байхаар авна.

Ингэж явахад $M=a_0+a_1 10+\ldots+a_{p-1}\cdot 10^{p-1}\equiv\sum_{i=1}^{\frac{p-1}{2}}10^i\cdot\left(a_i-a_{i+\frac{p-1}{2}}\right)\equiv 0(p)$

~~A хүн~~ $10^{\frac{p-1}{2}}\equiv -1(p)$ үед A хүнд хожих стратеги байна $\Rightarrow$ ▲

Олонлог төв сургууль 12а М.Лхамсамсав

B3.

0