

Ү.САНЖМЯТАВЫН НЭРЭМЖИТ
МОНГОЛЫН МАТЕМАТИКИЙН
ХЛШ ОЛИМПИАД

У. Санжмятав
Мав. Б. Багдасар
Гануу Хурдзэн
Бүтүр
А. Монх
2007.09.07

ӨМНӨХ ҮГ

Улсын болон Олон улсын математикийн олимпиадад бэлтгэгчид, математикийн төрөлжсөн сургалттай ангийн сурагч, оюутан, багш нар, математик сонирхогч өргөн олонд зориулсан цувралын ээлжит дугаар уншигч Таны гар дээр очиж байна. Тус гарын авлагыг бэлтгэхэд ММО Зохион Байгуулах Хорооны гишүүд, МУИС-ийн хамт олон, МУГБ А.Мекейн үр хүүхэд, Баян-Өлгийн аймгийн засаг дарга, Засаг даргын тамгын газар, Иргэдийн төлөөлөгчдийн хурал, МУИС-ийн математикийн ангийн оюутнууд идэвхтэй оролцлоо.

Уг номын талаархи аливаа санал хүсэлтээ МУИС-ийн Алгебрийн тэнхимд ирүүлнэ үү.

$$y(x) = \int f(x)dx$$

Монголын Математикийн XLII олимпиад

Редактор: Цэрэндоржийн Дашдорж

Хэвлэлийн эхийг бэлтгэсэн: Хадбаатарын Олончимэг

2007 оны 04-р сард 1500 хувь хэвлэв.

МАТЕМАТИКИЙН ОЛИМПИАДЫН СҮЛД ДУУ

Нарнаас илчийг нь авч болох уу
Сарнаас гэрлийг нь салгаж болох уу
Багш та юу гэж заасан бэ
Багын нөхөд маань санаж байна уу
Тоо тоогоо тоолон бодъёо
Томъёогоор задлан бодъёо
Олуулаа уралдан бодъёо
Олимпиадаа оролцож бодъёо
Орчлонгийн удмыг туулж болох уу
Одод эрхсийг тоолж болох уу
Эвклид юу гэж хэлсэн бэ
Эрхэм нөхөд минь санаж байна уу

Дахилт

Эрдмийн оргилд хүрч болох уу
Энгүй далайг хэмжиж болох уу
Суут эрдэмтэн Мянгат өвөөгийн
Сургаалт үгийг санаж байна уу

Дахилт

Гэрлийн хурдыг давж болох уу
Тэнгэрийн хаяанд хүрч болох уу
Дэлхийд алдартай эрдэмтэн Гауссын
Дэлгэж нээсэн онолыг саная даа

Дахилт



2000 оны Сэлэнгийн
олимпиадыг зохион
байгуулагчдын бүтээл

МОНГОЛЫН МАТЕМАТИКИЙН 42-Р ОЛИМПИАДЫН ДҮНГИЙН ТУХАЙ ТАЙЛАН

Ц.Дашдорж

Эрхэм хүндэт математикч багш сурагчид аа!
Баян-Өлгийн аймгийн Засаг дарга О.Хабсатар аа!
Баян-Өлгий аймгийн ИТХ-ын дарга Х.Эржанаа!
Эрдэм ухаанд гүн шүтлэгтэй Баян-Өлгийчүүд ээ!
МУГ багш, академич А.Мекей та болон таны үр хүүхэд, төрөл
төрөгсөд өө!

Монголын Математикийн 42-р Олимпиад манай нэрт математикч, академич, МУГ багш А.Мекейн нэрэмжит болон 2006 оны 04 сарын 27-ноос 05 сарын 02-ны хооронд МУИСургууль дээр амжилттай явагдаж дүнгээ гаргаж байна. Энэ удаагийн олимпиадад 21 аймаг, Улаанбаатар хотын нийт 22 багийн 71 бага, дундын багш, 189 сурагчид оролцож нийт 260 хүн оюун ухаан, авъяас чадвараа сорин уралдлаа. Энэ удаагийн олимпиадыг зохион байгуулахад бүхий л талын боломж туслалцаа үзүүлсэн Баян-Өлгий аймгийн ИТХурал (дарга Х.Ержан), Баян-Өлгий аймгийн Засаг дарга О.Хабсатар, орлогч дарга Х.Баян, Нийгмийн Бодлого Зохицуулалтын Хэлтэс (дарга Т.Кушай), Аймгийн Боловсрол Соёлын Газар (дарга Т.Тогтархан), МУИС (захирал Ц.Ганцог) ба проф. Т.Жанлав захиралтай МКС-ийн хамт олон, Математикийн хүрээлэн, Толбо сумын Засаг даргын тамгын газар (дарга Ш.Хавил), Толбо сумын сургууль (захирал Х.Ашим), аймгийн төвийн 1, 2, 5, 6-р сургуулиуд, Багшийн Коллеж, Монгол-Туркийн хамтарсан сургууль, "Кайнар" компани (Н.Хажид, А.Мурат)-ийн хамт олон болон хандив өгсөн Х.Мейрам, Т.Кушай, Т.Тогтархан, А.Болатхан, К.Нургайв, Ж.Ханат, К.Имаммагзам, А.Ариунаа, М.Инжу, Түрлэн, Мелеухан нар, эцэг Г.Бэх-Очирын гэгээн дурсгалд зориулж математикч хөвгүүд Б.Чулуундорж, Б.Баасандорж, Б.Батбаасан, банкны эзэн хүү Б.Баасанбат нараас 500 000 төгрөг, МУГБ С.Цагааны сан, "Эдмон" компани (Р.Энхбат, С.Дашдаваа), "БИТ пресс" ХХК (Алтангэрэл), "Олонлог" сургууль (Б.Баясгалан, Б.Баяржаргал), 11-р сургууль (МУГБ

Чимэддорж, Сүрэнхорлоо), 1-р сургууль (Ц.Гүррагчаа, С.Нарангэрэл), "Шинэ-Үе" сургууль (Ардын багш Ү.Маам), "Номун" сургууль (Н.Эрдэнэ), К.Сайран (УИХ-ын гишүүн), С.Тогмид (МУ-БИС), Дарханы Техникийн коллеж (Лхагвасүрэн, Батзул), НИК ХХК (Н.Одбаяр), "Сэлба Сервис" ХХК (С.Сэрээтэр), "MCS электроникс" ХХК (Л.Энх-Амгалан), "Интеграл" математик сургалтын төв (Д.Даянцолмон)-ийн хамт олон, МУГБ А.Мекейгийн үр хүүхэд төрөл төрөгсөдөд Монголын нийт Математикчдын нэрийн өмнөөс талархал илэрхийлье.

Олимпиадад 8-р ангийн 83 сурагч оролцсоноос Олонлог сургуулийн сурагч О.Өлзийбаяр (багш нь Б.Ганболд) 33 оноогоор 1-р байр эзэлж 8-р ангийн аварга боллоо. 1-р сургуулийн Г.Оюундарь (Н.Энхбаатар), Б.Батмөнх (Батсайхан) нар тус бүр 30 оноогоор 2-р байрыг, Олонлог сургуулийн сурагч Н.Энхзаяа (Б.Ганболд) 29.5 оноогоор, 11-р сургуулийн Б.Болдбаатар (Батсайхан) 29 оноогоор, Мон-Турк сургуулийн О.Мөнх-Од (А.Хашбаатар), 1-р сургуулийн Л.Мөнх-Очир (Н.Энхбаатар) нар тус бүр 28 оноогоор 3-р байрыг тус тус эзэлж алт, мөнгө, хүрэл медалийн эзэд болцгоолоо.

Олимпиадад 9-р ангийн 54 сурагч оролцсоноос 1-р сургуулийн Б.Цэдэнсодном (З.Бат-Эрдэнэ) 23 оноогоор 1-р байр эзэлж 9-р ангийн аварга сурагч боллоо. Олонлог сургуулийн Б.Сумъяа (Б.Ганбилэг) 22 оноогоор, 1-р сургуулийн Н.Бямбажав (Н.Энхбаатар) 16.5 оноогоор 2-р байрыг, Баян-Өлгий аймгийн Э.Баяраа (Б.Амантай) 16 оноогоор, 1-р сургуулийн сурагч Ч.Алтан-Өлзий (З.Бат-Эрдэнэ), Увс аймгийн Н.Балжинням (Р.Одгэрэл) нар тус тус 15.5 оноогоор 3-р байрыг эзэлж алт, мөнгө, хүрэл медалийн эзэд болцгоолоо.

Олимпиадад 10-р ангийн нийт 52 сурагч оролцсоноос 1-р сургуулийн сурагч Д.Жаргалсайхан (З.Бат-Эрдэнэ) 8 оноогоор 1-р байр эзэлж Улсын математикийн 42-р олимпиадын 10-р ангийн аварга сурагч боллоо. Дарханы Н.Хангай (Т.Алтанцэцэг), 1-р сургуулийн Ч.Чинбат (Д.Бат-Орших) нар тус бүр 7.5 оноогоор 2-р байрыг, 51-р сургуулийн Н.Чойжилсүрэн (Өлзийсайхан) 7 оноогоор, Өвөрхангайн Б.Баярдэлгэр (Дайрийбамо) 4.5 оноо-

гоор, Шинэ-Үе сургуулийн Ц.Бат-Эрдэнэ (Ж.Батболд) 3.5 оноогоор тус тус 3-р байрыг эзэлж алт, мөнгө, хүрэл медалийн эзэд болцгоолоо.

УБ "Олонлог" сургуулийн 8-р ангийн сурагч О.Өлзийбаяр А.Мекейн нэрэмжит ММО-42-ын үнэмлэхүй аваргаар тодорлоо.

Улсын Математикийн 42 дугаар олимпиадад амжилттай оролцсон дээрх нэр бүхий сурагчид, олимпиадад сурагчдаа амжилттай бэлтгэж оролцуулсан багш нар болон сургуулиудын олимпиадыг зохион байгуулах хороо болон нийт математикчдын нэрийн өмнөөс чин сэтгэлийн талархал илэрхийлье.

Багш нарын олимпиадыг бага, дунд гэсэн хоёр ангилалаар явуулсны дотроос дунд ангийн математикийн 41 багш оролцсон-оос, 11-р сургуулийн багш Л.Буянтогтох 28 оноогоор түрүүлж, Орхон аймгийн багш Ж.Батбаяр 22 оноогоор, "Шинэ Монгол" сургуулийн багш Д.Алтангэрэл 19.5 оноогоор удаах байруудад орлоо.

Бага ангийн багш нарын олимпиадад нийт 30 багш оролцсоноос Хөвсгөл аймгийн багш Н.Даваа 27 оноогоор түрүүлж, "Эхлэл" сургуулийн багш М.Отгонжаргал 25 оноогоор, "Олонлог" сургуулийн багш П.Чимэг 23 оноогоор удаах байруудыг эзлэв.

Академич А.Мекейн нэрэмжит ММО-42-р Олимпиадын П.Энхболдын нэрэмжит уран бодолтын шагналтнаар Дорноговь аймгийн бага ангийн багш О.Наранчимэг шалгарлаа.

Багийн дүнгээр аймаг хотуудыг байр эзлүүлэхэд Ч.Даваадорж ахлагчтай УБ хот дундаж оноо 16.4-өөр 1-р байр, Ж.Батбаяр ахлагчтай Орхон аймаг дундаж оноо 16.1-ээр 2-р байр, Ч.Адъяахүү ахлагчтай Хөвсгөл аймаг дундаж оноо 13.9-өөр 3-р байранд шалгарлаа.

ММО-42-д 1-р сургууль 7 медаль, "Олонлог" сургууль 4 медаль, 11-р сургууль 3 медаль, Орхон, Дархан, Увс, Баян-Өлгий, Хөвсгөл, Өвөрхангай, УБ-ын Монгол-Турк сургууль, Шинэ-Үе сургууль, Эхлэл сургууль, Шинэ Монгол сургууль, 51-р сургууль тус бүр 1 медаль авч олимпиадад оролцогчдоо хошуучлан сайхан амжилт гаргалаа.

Энэ жилийн 7-р сард Словень улсын Люблен хотод болох ОУМО-

47-ийн бэлтгэлд 1-р сургуулийн 10-р ангийн сурагч Д.Жаргал-сайхан, Ч.Чинбат, Дарханы Н.Хангай, 51-р сургуулийн Н.Чойжил-сүрэн, Өвөрхангайн Б.Баярдэлгэр, "Шинэ-Үе" сургуулийн Ц.Бат-Эрдэнэ, 1-р сургуулийн 9-р ангийн сурагч Б.Цэдэнсодном нарыг үлдээхээр Олимпиадын хороо шийдвэрлэлээ.

ОУМО-47-ийн бэлтгэлд багтаж шалгарсан та бүхэндээ амжилт хүсч, Монголынхоо нэрийг дэлхийн тавцанд дуурсгах хүндтэй бөгөөд хариуцлагатай үйл хэргийн төлөө идэвхи чармайлт гарган сайн бэлтгэж амжилттай оролцохыг Монголын нийт Математикчдын нэрийн өмнөөс даалгаж байна.

Эрдэм оюун дэлгэрч Монголд математикчдын оюун ухаан улам хөгжин дэвших болтугай. Анхаарал тавьсан та бүхэнд баярлалаа.

Улаанбаатар хот, 2006.05.02

МОНГОЛЫН МАТЕМАТИКИЙН XLII ОЛИМПИАДЫН
БАГИЙН ДҮН

№	Баг	VIII	IX	X	Бага	Дунд	Нийт оноо	Хүний тоо	Дундаж оноо
1	Улаанбаатар	235	134	32	88	106.5	595.5	36	16.5
2	Орхон	23	14	0.5	21	22	80.5	5	16.1
3	Хөвсгөл	23.5	8	0	27	11	69.5	5	13.9
4	Увс	27.5	15.5	0.5	15.5	10	69	5	13.8
5	Баян-Өлгий	15.5	16	0	8	13.5	53	4	13.2
6	Дархан	21.5	6	7.5	4.5	6.5	46	5	9.2
7	Архангай	14.5	14	0	17	0	45.5	5	9.1
8	Дорноговь	14.5	0.5	0	21	8	44	5	8.8
9	Өвөрхангай	17	5	4.5	16	1	43.5	5	8.7
10	Завхан	21	0	0	14	1	36	5	7.2
11	Хэнтий	9.5	0	0	13.5	8	31	5	6.2
12	Ховд	21	0	0	0.5	1	22.5	5	4.5
13	Төв	11	5	0.5	5	0	21.5	5	4.3
14	Өмнөговь	21	0	0	0	0	21	5	4.2
15	Дундговь	19	0	0	0.5	1	20.5	5	4.1
16	Сэлэнгэ	14	0	0	4.5	0	18.5	5	3.7
17	Дорнод	15.5	0	0	0	1	16.5	5	3.3
18	Баянхонгор	7.5	0	0	0.5	6.5	14.5	5	2.9
19	Сүхбаатар	7	0	0	4	0	11	5	2.2
20	Булган	3.5	0	0	4	0	7.5	5	1.5
21	Говь-Алтай	3.5	0	0	0	1	4.5	4	1.1
22	Говьсүмбэр	0.5	0	0	1	1	2.5	5	0.5
	Албан ёсны оролцогчдийн авсан оноо	546	203	45.5	265.5	199	1259	139	9.1
	Албан ёсны оролцогчдын тоо	29	28	31	24	27			
	Дундаж оноо	18.8	7.3	1.5	11.1	7.4			

Хорин жил нь багт

Хувь заяаны тохиол

Намайг МУИС-ийн физик-математикийн факультетийн оюутан байхад манай декан жил болгон солигдож бид 5 деканы нүүр үзсэн, ёстой декан тогтоодоггүй газар байж. Багш болсон хойно деканы тайлан сонгуулийн хурал болж (хуучин цаг гэхэд деканы сонгууль нэлээд ардчилсан байсан) залуу эрдэмтэн А.Мекей 6 дахь декан маань болсон билээ. Төд удалгүй би Дубнад ажиллахаар явж хэдэн жил болоод иртэл манай декан мөнхөрсөн мэт хэвээрээ байж байлаа. Удалгүй намар нь (1986) манай тэхмийн эрхлэгч Лу багшийн санал болгосноор намайг орлогч деканаар томилов. Цаг хугацаа гэж хурдан юм, тэр цагаас хойш бид хоёр 20 жилийн турш МУИС-ийн төлөө нэг багт хамт ажилласан байх юм. Дараа нь би МУИС-ийн хичээл ангийн эрхлэгч болоод жил гаруйхан болж байтал Мекей багш дэд захирал болж, хэдэн жилийн дараа байраа сольсон мэт нэг нь дэд захирал, нөгөө нь Магистр, докторын сургалтын албаны эрхлэгч болж хэлхээтэй юм шиг явж иржээ.

МИУС-ийн хөгжилд их хувь нэмэр оруулсан

Энэхүү бяцхан дурсамжаар өчүүхэн би бээр Мекей багшийн үйл ажиллагаанд тодорхойлолт өгөхийг хүсээгүй ба тийм ч чадал байхгүй, тэр талаар тусгай өгүүлэл уг номонд орж буй гэдэгт итгэнэм. Би зөвхөн өөрийн биеэр нотолж чадах санаандаа бэлэн байгаа зарим зүйлийг дурдъя гэж бодлоо.

- ЕБДС-ийн математикийн сургалтын агуулгыг сайжруулан стандарт тогтоох, түүнийг хэрэгжүүлэх гол нөхцөл болсон цуврал сурах бичиг бичих, багш бэлтгэхэд ихийг санаачилж, мэргэжил нэгт нөхдөө тэргүүлэн их зүйл хийж бүтээж байгаа нь хөндлөнгийн бидэнд тодорхой харагдаж байдаг.
- Монгол улсад математикийн шинжлэх ухааныг хөгжүүлэхэд үнэнчээр зүтгэж буй цөөн хүний нэг. Тэрбээр арван

жил деканы үүрэг хүлээж бичиг цаасны хар ажилд дарагдсан ч судалгааны ажлаа тасралтгүй хийсээр Москвагийн их сургуульд онолын математикийн шинжлэх ухааны докторын зэрэг хамгаалсан. Математикийн хүрээлэнглийн захирлын албыг хашиж, ном хаялцсаар явна.

- МУИС-ийн сургалт, эрдэм шинжилгээний ажлын түвшинг дээшлүүлж, чанарыг сайжруулах талаар ихийг бодож, түүнийгээ хэрэгжүүлэх механизм буй болгох талаар олон зүйлийг санаачлан хийсэн. Мекей багш сургалт, эрдэм шинжилгээний нэгдлийг хангах мөнхийн зорилгод тэмүүлэх, багшийн эрдмийг шавьд өвлүүлэх, тэднийг мэргэжлээр нь өсгөх байх, эрдэм шинжилгээний ажлын бодит үнэлгээг ил тод болгох гол арга бол эрдэм шинжилгээний семинар гэж үздэг. Тиймээс Их семинар, мэргэжлийн семинаруудыг буй болгон, тогтмолжуулахын төлөө санаачлага гарган уйгагүй зүтгэсэн. Одоо МУИС-ийн хэмжээнд шинжлэх ухааны арав гаруй чиглэлээр Их семинар, далаад чиглэлээр магистр, докторын сургалт, судалгааны ажлын чухал хэлбэр болох Профессорын мэргэжлийн семинарууд үүсгэн явуулж байна.
- Шинэхэн төлөвшүүлж байгаа магистр, докторын сургалтыг чанаржуулахад ихээхэн санаа тавьж байгаа. Бодит амьдрал дээр хэлбэрдэх, хялбарчлах, сулхан диссертацийг хамгаалах, хамгаалуулах оролдлогууд байдаг. Мекей багш шинжлэх ухаанд үнэнч сэтгэлээр энэхүү ахисан шатны сургалтад тавьж буй шаардлагаа хатуу баримталж, аливаа хялбарчлах оролдлогын эсрэг хатуу тэмцэл хийж байдаг юм. Нэг жишээ гэхэд МУИС-д 500 докторант данстай байдаг боловч жилд 20-25 хүн төгсдөг, математикийн ухаанаар докторын зэргийг сүүлийн 15 жилд гуравхан хүн хамгаалсан нь хүндэтгэж үзэх олон шалтгаантай ч нөгөө талаар Мекей багшийн чанарын шаардлагатай ч холбоотой гэж хэлж болно.

Өөдрөг үзэлтэн

Мекей багш хувийн зан чанарын хувьд ойр тойрныхондоо үлгэр

дууриалалтай, нөмөр нөөлөгтэй хүн.

- Маш их хөдөлмөрч. Сүүлийн 30 жилийн турш ямар нэг даргын үндсэн ажил хийгээд үндсэн бус олон нийтийн хүсэр их үүрэгт ажлыг амжуулахын зэрэгцээ эрдэм номын ажлаасаа огтхон ч хөндийрөөгүй. Түүгээр ч барахгүй уран зохиол уншина, кино үзнэ, улс төрөөр явна, хамт олны аливаа нийллэг зэргээс хоцорно гэж байхгүй. Мекей багшийн амьдралаас харахад, хүн ер нь завгүй байх тусам үр бүтээл ихтэй, муу юм бодох, муу юманд цаг зарахгүй болж арвисдаг юм биш үү. Завгүй гэдэг үг худлаа бололтой, завьыг "цаг хугацаа" биш, хүн өөрөө гаргадаг бололтой юм аа.
- Ухаантай хүн. Түүний ухаантайг хамгаалсан эрдмийн зэргээр нь үнэлэх хүн байх. Надад бол маш хүлээцтэй, уур уцааргүй нь түүний ухаантайн илэрхийлэл болж харагддаг. Энэ олон жил хамт байхад багшийг уурлаж, бухимдаж байхыг харсангүй. Тэнэг хүн л уурладаг юм, яасан ч битгий уурлаж бай гэж захидагийг нь тусгаж авбол зохих сайхан сургаал гэж боддог юм.
- Аливаад санаачлагатай. Зарим хүн хуучин нийгмийн үед олон жил алба хашсан, нас ахисан хүн хоцрогдсан байх ёстой гэж боддог байж магад. Мекей багш тийм хүн биш. Ер нь танил бус шинэ зүйлийн талаар үндэслэл, төсөл гаргах бичиг баримт анхлан боловсруулахад Мекей багшийг л урдаа барих тохиолдол их байдаг. Их сургууль, түүний ямар нэг зайлшгүй байх эд эс ямар байх ёстой гэдэг талаар Мекей багш өргөн мэдлэгтэй, идея сайтай.
- Багаар ажиллах чадвартай. Орчин үеийн боловсон хүчинд тавьдаг нэгэн чухал шаардлага болох багаар ажиллах чадвар сайтан хүн. Бид мөн ч олон ажлын хэсэгт орж, мөн ч олон дүрэм журам боловсруулж, төсөл хөтөлбөр зохиоход хамт ажилласан даа. Ажилсаг, төлөв түвшин, элдэв хорт зуршлаас ангид байдаг нь түүний шавь нар, үр хүүхдүүдэд сайхан үлгэр болдог юм билээ.

- Сэтгэлийн их тэвчээртэй. Сайхан ханиа эрт алдаж ганцаардахын зовлон түүнийг тойрсонгүй. Үндэс угсааг нь дагуулаад Назарбаевынд цагаачлахыг ч найз нөхөд нь ятгасан байхыг үгүйсгэх аргагүй, Математикийн шинжлэх ухаанд үнэнчээр зүтгэхихээд ШУА-ийн жинхэнэ гишүүний сонгуульд шавьтайгаа өрсөлдөөд ялагдахад нь өөрөөс нь илүү гайхаж харамсах хүмүүс тааралдаж байсан. Энэ ч өөрөөсөө илүү шавь төрүүлнэ гэдэг жинхэнэ сайн багшийн шинж гэдгийг мартсан хүний үг байх л даа. Энэ бүхэнд тэрбээр өөрийн гэсэн бодолтой, уужуу тайван ухаантай, алсын хараатай гэдгээ харуулсаар, ялсаар яваа билээ.
- Ясны сурган хүмүүжүүлэгч. Багш, оюутнуудад сургаал айлдахдаа их уран яруу, ардын цэцэн мэргэн үг хэллэгээс иш татах дуртай, үнэхээр хүний толгойд орохоор үг хэлдэг. Мекей багшийн хэлэх дуртай зүйр цэцэн үгсээс заримыг дурьдвал: Цохиур нь жинтэй бол эсгий гадсыг газарт шааж болно. Гуйлга нь таардаггүй болохоос өгдөггүй харамч гэж байдаггүй. Хургандаа цадаагүй хонь төлгөндөө майлна. Хоёр хуцын толгой нэг тогоонд багтдаггүй. Зуд хуц ухнанд эхлээд тусна, Унтаж байгаа барыг сэрээж болдоггүй...

Хоёр чадуулж билээ

- Дэд захирлын хувьд янз бүрийн бичиг баримт боловсруулах үүрэг өгнө л дөө. Нэг удаа Мекей багшид зэмлэнгүйгээр "Та декан байхдаа миний төлөвлөсөн тушаал, бичиг баримтыг их засдаг, сайхан найруулдаг байсан, гэтэл энэ бичиг чинь түүхий байна. Нас ахиад монгол хэл чинь муудав уу, эсвэл та энэ ажилд сэтгэл гаргахгүй байна уу" гэлээ. Мань хүн "Үгүй яалаа гэж, миний монгол хэл муудаагүй, харин таны хэл найруулга чинь сайжирчихсан байхгүй юу" гэж бөөн инээдэм болж билээ.
- Мекей багшийн улсын гавъяат багш цолны цайллаг Улаанбаатар ресторанд болов. Намайг хоймрын гол ширээнд урьжээ. Тэнд тэдний овгийн ахлагч казах өвгөн, алдарт эмч

Хайруулла, УИХ-ын дарга С.Төмөр-Очир (шавь нь) гээд миний зэрэгцээ суух доороос хоёр дахь "жигжиг хүн" нь манай яамны дэд сайд байлаа. Миний санаа зовоод багшид хэллээ: надад энэ ширээ томдож байна, тэнд байгаа Гончигоо гэх мэт хүмүүсээс энд суулга, би тийшээ очъё гэлээ. Гэтэл мань хүн: зүгээр зүгээр энэ урт ширээний захад суусан хүн үүдэнд хэтэрхий ойртчихоод байна, чамаар хаалт хийж байгаа юм гэж хэлээд миний амыг таглачихсан. Үнэхээр тийм үү үгүй юу гэдгийг одоо ч мэдэж чадаагүй.

Алт шиг сайхан хүний дэргэд олон жил болжээ, би. Харин өөрийгөө шарласан гууль гэж магтахыг оролдлоо гэх л байх даа, хүмүүс.

Профессор С.Лаваа
МУИС-ийн тэргүүн дэд захирал

А.МЕКЕЙ БАГШ

А.Мекей багшийн тухай дурсамж, сэтгэгдэл бичнэ гэдэг мань мэтийн ядуухан бичигч нарт дэндүү ахадсан ажил. Нутаг усаараа ижилсэн дотносож, шинжлэх ухаан, дээд боловсрол, ам халах үедээ улс төр, эдийн засгийн гэх мэт элдэв сэдвээр "буу халж", хааяа түүний "алдартай" онигоо, ямар ч үед эгзэгийг нь олж хэлдэг оноч мэргэн зүйрлэл, ухаалаг хошигнол зэргийг нь чих тавин амтархан сонсож, ажил хэргийн олон асуудлаар санаа бодлоо хуваалцаж явсаар багагүй олон жилийг хамт өнгөрөөсөн хүний хувьд нутгийн ахынхаа тухай сэтгэгдэлээ бичих нь нэг талаар миний хүлээх хүндтэй үүрэг, бас нэр төрийн хэрэг хэмээн үзэж цөөн санааг ядан чадан бичиж уншигч олондоо хүргэхээр зориглосон минь энэ ээ.

Би дунд сургуулийн 5-р ангид байхдаа сумаасаа шалгарч аймгийн математикийн олимпиадад оролцохоор хаврын хавсаргатай нэгэн өдөр шуудангийн машинаар 100 гаруй км явж аймгийн төв-Өлгий хотод анх удаа хөл тавьж билээ. Энэ үед л манай аймгийн Мекей гэдэг гайхамшигтай математикч хүн их сургуульд

багшилдаг тухай багш нарынхаа амнаас сонсож ямар "мундаг амьтан" байдаг бол гэсэн хүүхдийн гэнэн сониучхан бодол төрж байж билээ.

Хожим 1970-аад оны дундуур и сургуулийн оюутан байх үед нөгөө хүнээ зайнаас мэддэг болж, тэр үед МУИС-ийн математикийн ангид суралцаж байсан арван жилийн нэг ангийн минь андууд болох Кушей (одоо Баян-өлгий аймгийн боловсролын газрын дарга), Б.Буян-Өлзий (Дархан хотод багш) нараас тэр хүний тухай ам дамжсан яриа хааяа чих дэлсэх болов. Харин нүүр тулан уулзаж танилцах боломж бүр сүүлд буюу миний бие ХБНГУ-д эрдмийн зэрэг хамгаалж ирээд Биологийн факультетийн декан болсон үеэс л сая нэг тохиож билээ. Бид оюутан, улмаар залуу багш байх үедээ ах зах хүнтэй тэр бүр яриа хөөрөө үүсгэж зүрхэлдэггүй байв. Энэ нь нэг талаар бидний үеийнхэн их ноомой даруу байсных уу, аль эсвэл ах захын ёсыг хүндэтгэдэг, дэг журмаа илүү барьдаг байсны алин болохыг одоо цагийн хэмжүүрээр дүгнэж цэгнэхэд амаргүй. Сүүлийн 10 гаруй жил энэ их хүнтэй ойр ажиллах сайхан боломж олдож, түүний ажлын арга барил, асуудалд хандах хандлага, хүнтэй харилцах урлаг, бичиг баримт боловсруулах баялаг арга туршлагаас нь багагүй зүйлийг мэдэж, ухаарч яваадаа би олзуурхана.

Мекей багш олон жил "даргын" ажил хийжээ. Түүний ажил амьдралын замналыг эргэх харахад МУИС-ийн эрдэм шинжилгээний ажил эрхэлсэн орлогч захирал, физик, математикийн факультетийн декан, их сургуулийн түүхэнд цоо шинээр байгуулагдсан магистр, докторын сургалтын албаны дарга гэх мэт олон албыг нийтдээ 30-аад жил хашсан байх юм. Эдгээрийн аль нь ч өндөр хариуцлагатайн зэрэгцээ өдөр тутам элдэв янзын ааш араншинтай хүнтэй харилцах шаардлага тулгардаг амаргүй алба. Гэтэл энэ хүн захиргааны цаг наргүй их ажлын хажуугаар эрдэм номын ажлаа хэзээ ч хойш тавилгүй явж ирсэн нь яах аргагүй гайхал төрүүлнэ. Их, дээд сургуулийн болон дунд сургуулийн олон арван сурах бичиг бичиж, "дарга" байх үедээ дэлхийн шинжлэх ухааны томоохон төв болох Ломоносовын их сургуульд шинжлэх ухааны докторын зэрэг хамгаалж, үндсэн ажлынхаа

хажуугаар Монголын математикчдын нийгэмлэг, Математикийн хүрээлэнгийн ажлыг удирдах, залуучуудыг дагуулан сургах, эрдэмтэд төрүүлэх, хичээл номоо заах мэт олон янзын ажлыг нэр төртэй гүйцэтгэж, бусдыг өөрийн биеэрээ үлгэрлэн дагуулсаар л явна. **Хичээл заахгүй юм бол аяндаа амархан хоцрогдоно** гэж бидэнд дандаа захиана. Аргагүй л зангарагтай эрдэмтэн, хөдөлмөрч, бүтээлч, уужуу тайван, ухаалаг хүн болох нь энэ олон ажлыг огт түүртэлгүй амжуулаад байгаагаас л илт харагдана. Одоо хүртэл ихэнх хүний амарч алжаалаа тайлахад зориулдаг хагас сайн өдөр бүрийг алгасалгүй хичээлээ зааж, шавь нартайгаа хамтарч мэргэжлийн семинар хийх, ном хаялцах, зааж зөвлөх эцэс төгсгөлгүй ажлаа амжуулсаар байна.

Мекей багш деканы ажлыг 12 жил тасралтгүй хашжээ. Дээр үеийн (1970, 1980-аад оны) деканууд их сургуулийн сургалтын төлөвлөгөөний бүтэц, агуулга, сургалт явуулах технологийг гардан ажилладаг жинхэнэ "актерууд" нь байсан юм. Деканы ажлыг ийм олон жил хашсан хүн их сургуулийн түүхэнд тийм ч олонгүй болов уу. Түүнчлэн эрдэм шинжилгээний ажил эрхэлсэн дэд захирлаар ч олон жил ажиллав. Ингэхээр Мекей багш их сургуулийн сургалт, эрдэм шинжилгээ, хүмүүжлийн ажлын нарийн чимхлүүр бүхнийг мэддэг, түүнийг элдэв гацаа саадгүй зөв ажиллуулахын тул байнга шинийг эрхийлж байдаг бүтээлч нэгэн билээ. Тэрээр багш нарын ажилын гүйцэтгэлийг тооцох журмыг боловсронгуй болгох, факультет, сургуулиудад шинжлэх ухааны салбараар их семинар зохион байгуулах, их сургуулийн эрдэм шинжилгээний ажлыг гадаадад сурталчлахын тулд олон улсын хэмжээний хурал зохион байгуулах санаачлагыг өрнүүлэх, их сургуулийн эрдэм шинжилгээний бичгийг мэргэжлийн чиглэлээр төрөлжүүлэн гаргах, судалгааны семинарыг тогтмолжуулах гэх мэт үй олон ажлыг санаачилж, түүнээ ажил хэрэг болгоход ихээхэн хүч хөдөлмөрөө зарцуулжээ.

Манай улсын дээд боловсролын салбар шаталсан сургалтын системд маш богинохон хугацаанд шилжсэн "түүхэн туршлага"-тай. Үнэндээ шаталсан сургалтын агуулга, мөн чанар, давуу болон сул талыг нь судалж, өөрийн орны нөхцөлд хэрэгжүүлэ-

хэд арга технологио нарийн сайн тооцож үзэлгүй өнгөн талаас нь хэлбэрдэх байдлаар шууд ханцуй шамлан орсон. Одоо ч гэсэн магистр, докторын сургалтын талаар тогтсон үзэл баримтлал, түүнийг дэмжихэд чиглэсэн олигтой бодлого улсын хэмжээнд төлөвшиж чадаагүй л байна. Ийм нөхцөлд проф.А.Мекей багш энэ сургалтын агуулгыг сайжруулах, хэрэгжүүлэх арга механизмыг боловсронгуй болгох талаар олон зүйлийг санаачилж байгаа нь монголын дээд боловсролын хөгжилд түүний оруулж байгаа үнэтэй хувь нэмэр юм. Тэрээр судалгааны семинарыг профессорын ажлын хамгийн чухал үзүүлэлт, магистр, докторын мэргэжлийн сургалтыг явуулах гол "хэрэгсэл" болгох зорилтыг дэвшүүлж, түүнийгээ ажил хэрэг болгоход чиглэсэн олон арга хэмжээ авч хэрэгжүүлж байна.

Их сургуулийн хөгжил, дэвшил, ирээдүйн талаар ямар нэг асуудал авч хэлэлцэх бүрийд МУИС бол дэлхийн бусад улс орны хамгийн том их сургуультай түлхүү харьцдаг, түүнээс үлгэр жишээ авдаг, тэр хэмжээнд хүрэхийн төлөө тэмүүлдэг байх ёстой. Манай улсын бага буурай, сургууль маань ч залуу, туршлага багатай, түвшин доогуур учраас өөрийн зиндааны багахан их сургуультай харьцана гэж даруу загнаж хэрхэвч болохгүй гэж байнга анхааруулна. Энэ бол яах аргагүй холч бодолтой, гүнзгий сэтгэдэг том хүний үнэтэй, сургамжтай үг юм.

Академич А.Мекей багшийн дээд боловсрол, шинжлэх ухааны салбарын хөгжил дэвшилд оруулсан олон шинэлэг ажлын зөвхөн нэг жишээг энэ дашрамд онцлон тэмдэглэхийг хичээв. Монголд шинжлэх ухаан, дээд боловсролын байгууллагын зохистой тогтолцоо, үр дүнтэй хамтын ажиллагаа хараахан төлөвшиж чадаагүй байна. Манайд суурь судалгааны ажлыг сэдэв дэвшүүлэн сонгон шалгаруулж санхүүжүүлэх тогтолцоонд шилжээд багагүй хугацаа өнгөрөв. Дэлхийн өндөр хөгжилтэй улс оронд байдаг нийтлэг жишиг ч тийм байв. Гэхдээ шинжлэх ухааны чөлөөт өрсөлдөөн шударгаар хэрэгжих нөхцөл бүрдсэн улс оронд энэ арга яах аргагүй дэвшилтэй хэлбэр мөн. Сүүлийн жилүүдэд гадаадын улс орнууд салбар дундын хамтын ажиллагаа, олон эрдэмтдийн хамтын оролцоогоор гүйцэтгэх төслийг түлхүү анхаарч, ха-

рин хэтэрхий нэг чиглэлээр дагнасан судалгааны ажлыг дэмжих хандлага харьцангуй багасч байна. Учир нь олон жижиг сэдэвтэй болох, эрдэмтэн бүр өөр өөрийн сэдэвтэй байх сонирхол эрдэм шинжилгээний байгууллагад давамгайлах болсноор эрдэмтдийн хүч тарамдах, тухайн салбарын судалгааны ажлын бодлого алдагдах сөрөг үзэгдэл гардаг, эцсийн үр дүн бага болдог ажээ. Энэ байдал манайх шиг оронд бүр ч явцгүй болох нь өнгөрсөн жилүүдийн туршлагаас ажиглагдаж байна. Математикийн хүрээлэн их сургуулийн харъяанд ирснээр академич А.Мекей багш салбарынхаа судалгааны ажлыг бүхэлд нь зангидаж, эрдэмтдийн оюуны нөөцийг аль болох нэгтгэн тодорхой шийдвэрлэх асуудалд хандуулах, сургалт-эрдэм шинжилгээний ажлын амьд органик холбоог төлөвшүүлэх, түүндээ суралцаж байгаа залуучуудыг өргөнөөр татан оролцуулах гэх мэт зохион байгуулалтын олон ажлыг өөрийн биеэр үлгэрлэн ажиллаж байгаа нь манай орны дээд боловсрол, шинжлэх ухааны удардлагыг боловсронгуй болгоход оруулж байгаа үнэтэй хувь нэмэр юм. Тэргүүлэх эрдэмтний нэр хүнд тодорхой салбарын шинжлэх ухааны бодлого, удирдлага, зохион байгуулалтанд шийдвэрлэх үүрэгтэй болохыг тэрээр өөрийн үйл ажиллагаагаараа бэлхнээ харуулж байна.

Захиргааны олон ажил, түүний зэрэгцээ бүтээн туурвих, шавь нараа сургах их ажлын хажуугаар найз нөхөд, шавь нартайгаа уулзах цаг гаргаж, алиа хошин яриа өрнүүлж, хууч хөөрөхөд нь ямар ч үед бас цаг олдоод л байх. Түүнд түүртэнэ гэж үгүй. Ийм чухал ажилтай тул дараа больё гээд хэн нэг хүнийг хүлээн авч уулзахаас татгалзана гэж үгүй.

А.Мекей багшийг уурлаж байгааг ер нь хараагүй. Ёстой уур нь барагдсан хүн юм уу гэмээр амгалан дүр төрх байнга харагдана. Ер нь уурлана гэдэг ухаан муутай хүний л арчаагүй араншин байдаг бололтой юм. Намайг анх удирдах ажил хийх томилолт авах үед: "ямар ч хүнийг гомдоож л болдоггүй юм шүү" гэж захиж билээ. Энэ үгийг анх сонссон даруйдаа "асуудалд бөөрөнхий ханддаг, хүн бүрийн амыг дагасан өөрийн гэх бодолгүй хүн байх хэрэг үү, энэ хүн юу хэлэв ээ" хэмээн эргэлзэнгүй хүлээн авч билээ. Хожим Мекей багшийн " ... аливаа бэрхшээлтэй

асуудлыг шийдэх зөв гарц заавал байдаг, түүнийг хамтарч эрх хайх хэрэгтэй. Уурласан хүний өөдөөс сөргөх биш, харин уурыг нь гартал тэвчээртэй хүлээ. Үгийг нь сайтар сонс" гэдэг зарчмыг нь ухаарч, дээр хэлсэн сургамжийн цаад утгыг өөртөө тайлж билээ.

А.Мекей багшид маань хийж бүтээхээр бодож, бясалгаж, зорин тэмүүлж яваа ажил, шинэ шинэ санаа үй олноороо бий. Багшийн маань бие нь эрүүл, чийрэг, ухаан санаа нь уужим саруулхан байж олон мянган шавь нартаа сургаал номоо харамгүй хайрлаж, монголын дээд боловсрол, шинжлэх ухааны хөгжил цэцэглэлтийн төлөө ихийг бүтээхийн өлзийтэй ерөөлийг энэ дашрамд өргөн дэвшүүлье.

Профессор Р.Самъяа
МУИС-ийн дэд захирал

А.МЕКЕЙГИЙН БАГШИЙН СЭТГЭГДЭЛ

Би 1959 онд МУИС-ийн физик математикийн салбарыг төгсөөд сургуульдаа багшаар үлдэн ажилласан тэр жил А.Мекей Баян-Өлгий аймагт 10 жилийн сургууль төгсөөд МУИС-ийн математикийн салбарт оюутнаар элсэн орсон байлаа. Би анги удирдсан багшаар нь ажиллах болсноор оюутан А.Мекейгийн талаар бага зэрэг мэддэг болж билээ. А.Мекей оюутан байхдаа ажилд сайн, хичээл сурлагадаа чармайлттай онц сурдаг, хийсвэрлэн сэтгэх чадвар сайтай хүүхэд байсан санагддаг юм.

А.Мекей 1963 онд МУИС төгсөөд сургуульдаа математикийн багшаар үлдэн ажиллах болсноор бид нарын сурган хүмүүжүүлэх хамтын ажиллагаа эхэлсэн юм. А.Мекей мэргэжилдээ үнэхээр дур сонирхолтой, хичээлээ мэдлэгийн өндөр түвшинээс амьдрал практиктай холбож сайн заадаг, чадварлаг, өсөх ирээдүйтэй залуу багш нарын нэг байлаа.

А.Мекей багшлах ажлын зэрэгцээгээр эрдэм судлалын ажилд хүчин зүтгэж ажилласнаар 1972 онд доктор(Ph), 1995 онд шинжлэх ухааны докторын зэргийг тус тус алгебрийн чиглэлээр хамгаалсан билээ. Төр засгаас А.Мекейгийн хөдөлмөрийг үнэлж

2004 онд МУ-ын гавъяат багш цол, мөн шинжлэх ухааны академийн академич цол тус тус хүртээсэн байна.

А.Мекей удирдан зохион байгуулах ажилд бас олон жил идэвх зүтгэл гарган ажиллаж байсан болохыг 1978-1990 онд онд МУИС-ийн физик математикийн факультетын декан, 1990-1997 онуудад МУИС-ийн эрдэм шинжилгээ хариуцсан дэд захирлын алба хашиж байсан болон 1999 оноос МУИС-ийн магистр, докторын сургалтын албаны эрхлэгч, 2000-оноос Математикийн хүрээлэнгийн захирлын алба хашиж байгаа зэрэг нь зүй ёсоор гэрчилнэ.

А.Мекей дунд, их, дээд сургуулийн сурагчид, оюутан, магистрант, докторант, математикийн багш нарт зориулсан олон тооны сурах бичиг, гарын авлага, бодлогын хураамж зохион хэвлүүлж нийтийн хүртээл болгосон бөгөөд би А.Мекейтэй хамтран ерөнхий боловсролын сургуулийн сурагчид, математикийн багш нар болон их, дээд сургуульд элсэхээр бэлтгэл хийх хүмүүст зориулсан "Математик" 1984, 1996, 1998, "Математикийн тест" (МУИС) 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, "Математикийн тест" (ХИС) 2002, 2004 он, Математикийн сорилго (МУИС) 2005, 2006 номуудыг бичиж хэвлүүлэх нийтий хүртээл болгосондоо их бахархалтай явдаг юм.

1959 оноос хойш бараг 50 шахам жил МУИС-д математикийн багш гэдэг нэрийн доор нэг хамт олны дунд ийм нэр хүндтэй хүнтэй ажиллан амьдарч байгаагаа их аз завшаантай хэрэг гэж үздэг юм.

Цаашид ажиллах эрч хүчээр дүүрэн байгаа шавь А.Мекейдээ урт насалж, олон талт хөдөлмөртөө улам их амжилт гарган ажиллахыг хүсэн ерөөж байна.

Л.Өвгөн (доктор (Ph.D), профессор,
МУ-ын гавъяат багш)

МИНИЙ МЭДЭХ МЕКЕЙ

Одоогоос 40 гаруй жилийн тэртээ Монгол Улсын гавъяат багш, академич Мекей багштай танилцах завшаан тохиолдсон юм. 1962

оны намар МУИС-ийн математикийн ангид элсээд анх удаа биеийн тамирын хичээлд ороход Монгол Улсын гавъяат багш Гомбосүрэн гуай спортоор хичээллэхийн ач холбогдлын тухай хэдэн минут яриад биеийн тамир спортоор хичээллэхэд хичээл сурлагад огт муугаар нөлөөлөхгүй, харин ч тархи толгой амарч, сэргэлэн цовоо болдог гээд жишээлбэл танай математикийн IV ангид волейбол сайн тоглодог онц сурлагатан Мекей гэдэг оюутан байдаг гэснээр түүний барааг харж, чадвал танилцах юмсан гэж бодож билээ. Удалгүй оюутны (одоогийн хичээлийн III байр) байрын манай тасагт нэгэн биеэрхүү ах шинээр орж миний хажуугийн орон дээр байрласан нь азаар нөгөөх Мекей нь байж бид нэг өрөөнд арван нэгүүлээ амьдрах болсон ба I ангиас М.Нэргүй, Ү.Сүхбаатар (хожим нь астрофизикч болсон), би, II ангиас Даваа, Жумаа, III ангиас Махранз, Баянжаргал, IV ангиас Гомбосүрэн, Мекей, физикийн ангиас Дашдаваа нар байв.

Ингэж Мекей багштай анх танилцаж гэрийн даалгаварын бодож чадаагүй бодлогоо асууж тайлбарлуулан түүний оюуны их чадавхиас нь хувь хүртэж эхэлсэн түүхтэй билээ.

Мекей багш их алия, хошин яриатай хүн явуулахдаа муугүй авъяастай хүн шүү дээ. Нэг удаа Даваа, Жумаа хоёр бидний унтсан хойно зуны амралтаараа орон нутагтаа айлын охинтой танилцах гэж хэрхэн хөглөж байснаа шивнэлдэн ярилцахыг унтаагүй байсан Мекей багш сонсчихжээ. Хэд хоногийн дараа казах хүмүүс ховлого татахдаа сайн гэсэн яриа гарч өнөө хоёр маань амьдралынхаа хувь төөргийг үзүүлэхээр чулуу түүж ирэхэд нь шөнө сонссон зүйлээ найруулан "мэргэлж" тэр хоёрыг ёстой бишрүүлж билээ.

1963 оны намар алгебрын тэнхимд багшаар үлдсэн тэрээр Жаргалантын САА-д ногоо тариа хураах ажилд математикийн салбараа удирдан явсан юм. Манай анги волейболын муугүй багтай, ажлынхаа чөлөө заваар бусад ангийнхантай 4.10-ын боовны бооцоотой тэмцээн явуулна. Хаяа Мекей багш манай багт орж тоглоно. (Хожим бид хоёр нэг багт олон удаа тоглосон) Угтуулсхийн бараг антен өнгөрөөж өргөсөн бөмбөгийг маш гоё цохидог, бабс хаалтны арын сул зайд хуурахдаа гарамгай байсан.

Манай анги дан математикийн мэргэжлээр төгссөн, 5 жилийн сургалттай анхны төгсөлт болохоор III ангид байхад М.Дэнсмаа, Л.Бат-орших бид гурав алгебрын нарийн мэргэжлийн группт хуваарилагдахад Мекей багш спецсеминарын хичээл удирдан орчин үеийн алгебрын бүлэг, талбар, цагираг зэрэг салбартай танилцуулж математикийн номыг хэрхэн алхам дутамдаа баталж, шалгаж уншдагыг мэдрүүлсэн нь хожим бусад хичээлүүдийг судлахад ихээхэн түлхэц болсонсон.

Би 1967 онд сургуулиа төгсөж багштайгаа нэг тэнхимд ажиллах болсноор түүнээс байнга суралцаж, найзалж нөхөрлөх завшаан тохиосон юм. Багш маань монголоор халх биднээс илүү найруулан бичих чадвартай бөгөөд миний "Алгебр аналитик геометрийн бодлогын хураамж" номын шүүмжлэгчээр доктор, профессор Х.Цоохүү нарын хамт ажиллахдаа бидний ярьж, бичиж заншсан ... байх зайлшгүй бөгөөд хүрэлцээтэй нөхцөл нь ... байх явдал гэсэн өгүүлбэр дэх явдал гэсэн үгийг математикийн өгүүлбэрт огт зохимжгүй үг гээд мөнөөх өгүүлбэрийг ... байх зайлшгүй бөгөөд хүрэлцээтэй нөхцөл нь ... байхад оршино гэж засч байсан нь хойч үеийнхэнд ч сургамжтай байх биз ээ.

А.Мекей багштай 40 жил нэг тэнхимд ажиллаж зуслан болон нийтийн байранд хаяа зэрэгцэн амьдрахдаа түүний уурлаж байхыг нэг ч удаа үзээгүй нь тэрээр уур биеийг зовоож, уул морийг зовоодог гэсэн мэргэн үгийг жинхэнэ утгаар нь ойлгож ухааныхаа цараар уураа дарж сурсан нэг онцлог нь болов уу.

Мекей багшийн олон арван бүтээлээс зөвхөн Л.Өвгөн багштай хамтран бичсэн "Математик" (1000 бодлого) номыг дурьдан залуу үеийн математикт дур сонирхолтой болгох тэдний математик сэтгэлгээг хөгжүүлэхэд оруулсан хувь нэмрийг тооцоход л хангалттай юм.

Эрхэм ах, найз, багш академич А.Мекей таньдаа урт наслан, удаан жаргаж сурган хүмүүжүүлэх болон эрдэм судлалын ажилдаа улам их амжилт гаргаж Ардын багш, Хөдөлмөрийн баатар болохын ерөөл дэвшүүлье.

МКС-ийн алгебрын тэнхимийн багш Н.Ёндон

БАГШИЙН ТУХАЙД ...

1964 онд МУИС-д элсэн орсон цагаасаа өнөөг хүртэл энэ сайхан академич, багш ахынхаа эрдмийн шимээс хүртэж, алтан сургаалыг нь сонсож, амьдралын баялаг туршлагаас нь суралцаж яваадаа урьд насандаа хийсэн сайн үйлийн үр шимд тооцож явдаг түмэн шавь нарын нь нэг миний бие бөлгөө.

Монголын алгебрийн шавь сургуулийг үндэслэгчдийн нэг, Монголын математикийн нийгэмлэгийн ерөнхийлөгч, Математикийн хүрээлэнгийн захирал, МУИС-ийн физик-математикийн факультетийн декан, МУИС-ийн эрдэм шинжилгээний проектор, МУИС-ийн магистр докторын сургалтын албаны дарга, Монголын Математикийн олимпиадын хорооны дарга гээд тоочоод байвал академич А.Мекейн хашсан ажлын цар хүрээ эрхбиш харагдана. Энэ бүхэн дээр тэр олон эрдэм шинжилгээний ажил, бичсэн ном сурах бичгүүд, гардан зохион байгуулсан олон улсын хурлууд, улсын төсөвт эрдэм шинжилгээний ажлын удирдагч гээд нэмээд байвал толгой эргэмээр тоо гарна.

Миний багш академич А.Мекей зэгсэн 20 хүний чадал зааж гүйцэтгэхээр ажлуудыг ганцаараа өлхөөн амжуулчихаад, ер бачимдаж төвөгшөөсөн янзгүй, тайван сайхан инээмсэглээд сууж байдаг сонин сайхан авъяастай хүн дээ.

МУИС-ийн Алгебр тооны онолын
тэнхмийн эрхлэгч Ц.Дашдорж

АКАДЕМИЧ, ПРОФЕССОР А.МЕКЕЙ БАГШИЙН ТУХАЙ МИНИЙ СЭТГЭГДЭЛ

Анх би 1975 онд МУИС-ийн математикийн ангид элсэн ороход хуучнаар ЗХУ-д эрдэмтэн болоод ирээд удаагүй өндөр цагаан царайтай нэг багш байсан. Тэр багшийн нэрий анх тогтоож чадалгүй нилээд удаж билээ. Манай ангид ерөнхий алгебрийн хичээл ороод би заасан хичээлийг нь ер ойлгохгүй хэд ховолоо. Багшийнхаа нэрийг тогтоож аваад хичээлээ ойлгохгүй байна багшаа гэж асуух санаатай тэнхимийн ойролцоо зогсож байсан чинь

харин багш Төмөрбатаа бодлогуудаа бодчихсон уу гэдэг байгаа. Цочиж балмагдаж, нэрэлхэхдээ хоолой чичрээд арай дуусаагүй багшаа гэлээ. Багш маань тэгтэл надтай уулзах гэж байна уу? гэсэн. Тэгэхээр нь хичээлийнхээ дэвтрийг барьчихаад жаахан дуугүй зогслоо. Багш намайг ойлгож чи юм асуух гэж байна уу? гэхэд нь би толгой дохилоо. Багш за наашаа ороод ир гэхэд нь би жаахан зогстол зүгээр зүгээр ороод ир гэв. Аз болоход тэнхимд өөр багш байсангүй. Тэгээд асуух зүйлээ асуутал хичнээн гоё тайлбарлаж өгсөн гэж санана. Ингээд л анх дотно танилцаж эхэлж байсан тэр багш минь монголын гурав дахь математикч эрдэмтэн, Алгебрийн чиглэлийн анхны эрдэмтэн байсныг хожим мэдэж билээ. Тэгээд удалгүй 3-р курсийн хагасаар нарийн мэргэжлийн группэд хувиарлах, ажиллагаа эхэллээ. Ү.Санжмятав, А.Мекей, Ц.Дашдорж багш нар маань намайг Алгебрийн группэд ор гэж хэллээ. Уг нь би анализийн хичээлд арай илүү сайн байсан юм. Гэтэл анализын групп тэр жил гарсангүй. Ингээд би алгебрийн нарийн мэргэжлийн группэд ортол бас л санаандаа хүртэл ойлгодоггүй байлаа. Гэтэл Мекей багш маань бид хоёрыг байнга дуудаж бодлого өгөх, бүр эрдэм шинжилгээний ажил маягийн юм хийлгэж эхэлж байлаа. Жич бид хоёр гэдэг нь манайхан бүгд мэдэх надаас хавьгүй өндөр хэмжээний математикч бурхан болооч миний дотны нөхөр П.Энхболдыгоо хэлсэн юм. Бид хоёрын 4-5 курст бага ангийн оюутнуудаас (хажуудаа суулгаад) шалгалт авна. Заримдаа оюутанд асуулт тавиулна. Ингээд сургууль төгсөхөд (1978 оноос) багш маань декан байсан. Оюутны жилүүдэд Мекей багшийн удирдлагын доор цогцосын онолоор юм үзэж дипломын ажлаа хамгаалсан.

Сургууль төгссөний дараа ажилд орох явдал байлаа. Манай найз ч ойлгомжтой тэнхимдээ багш, намайг дээд математикийн тэнхимд ор гэж манай багш нар хэлж билээ. Би тэр үед намайг сургуульдаа авч үлдэнэ гэж ердөө ч бодоогүй байсан учраас гэнэт шинэ ертөнцөд очсон юм шиг л баярлаж билээ. Гэтэл тэр үеийн эрхтэн дархтануудын үзэмжээр "МАХН-ын түүх дээр дунд дүнтэй байна. Чи ер нь уран зохиол уншдаг уу" гэж асуув. Би ч нэг их зохиол унших биш, тэгээд намайг тэр үед гарч байсан мянган

захидал гэдэг номыг ярь гэв. Би уг нь түүнийг уншаагүй л дээ гэхдээ манай нэг найз надад хагасыг нь ярьж өгсөн байсан юм. Би ч яахав яг тоть шиг найзынхаа ярьж өгсөн хүртэл яриад таг зогсов. Тэгтэл намайг улс төрийн боловсрол муутай энэ хүнийг авахгүй гэлээ. Тэгээд багш нарын минь санал, миний мөрөөдөл талаар болж билээ. Гэвч надад Мекей багш маань дээд сургуульд багшилж болох юм байна гэдэг санаа төрүүлж, би ч түүнээс хойш урам орж үргэлж мөрөөддөг боллоо. Түүнээс хойш бараг өдөр бүр Мекей багштай уулзана. Мекей багш маань олон ч дээд сургууль, хүрээлэнд намайг оруулах гэж олон хүнд хэлсэн дээ. Би гэж нэг улс төрийн боловсрол, бичиг үсэг муутай амьтан болохоор мэргэжлийн чиглэлийн газар орж чаддаггүй байлаа. 1988 он хүртэл Мекей багш МУИС-д авах гэж хөөцөлдөөд амжилтгүй болж байж билээ.

Харин 1988 онд Мекей багш маань чамайг авах гээд арай гэж Алгебрийн тэнхимд эрдэм шинжилгээний орон тоо батлууллаа гэж билээ. (Энэ үед би ШУА-ийн геологийн хүрээлэнд ажиллаад Оросын Шереметев гэдэг хүнээр удирдуулаад диссертацийн ажлаа геологийн математикийн сэдвээр нилээд дөхүүлсэн байсан) Би ч 2 дахь нар гарч ум хумгүй нөгөө ажлаа хаяад шууд ирээд орчихсон. Мекей багшийнхаа хүчинд орсон энэ ажил миний эрдэмтэн болохоос илүү баясал байлаа. Их баярладаг шүү багшаа. Үүнээс хойш эрдэм судлалын ажил, санал зөвлөгөөг байнга авсаар ирлээ.

За ингээд МУИС-ийн алгебрийн тэнхимд эрдэм шинжилгээний ажилтан болоод өөрийн мэдлэг боловсролоо дээшлүүлэхийн тулд янз бүрийн ном сэтгүүлүүдийг үзлээ. Тэгээд яаж цаашаа ямар асуудал дээр ажиллахаа төдийлэн сайн мэдэхгүй янз бүрийн чиглэл рүү үсчиж явлаа. Мөн эрдэм шинжилгээний ажилтан болоод анх Мекей багшийн ажилладаг чиглэл цогцосын онолоор ажиллан бараг альтернатив цогцосыг тоймлох нэгэн проблемыг бараг шийдэн тэнхимийн эрдэм шинжилгээний семинарт илтгэлээ. Ингэхэд Мекей, Дашдорж, Гончигдорж багш нар өндөрөөр үнэлж надад урам өгч байлаа. Тэгээд ажиглаж хартал Мекей багш маань үнэхээр сэтгэл хангалуун байгаа нь харагдсан. Энэ

нь нэгдүгээрт намайг авна гэж оронтоо батлуулсан, хоёрдугаарт энэ юм хийж чадах болов уу гэдэг нь багшийн санааг их зовоож байсан байх. Тэгээд багш энэ чиглэлээр Төмөрбат ажиллавал хир ирээдүйтэй бол мөн аль чиг рүү орвол сайн ажиллаж чадах бол гэж нилээд юм бодсон байх. Ингээд хэд хоногийн дараа чамд хэн ч хийгээгүй судлахад ч хүнд нэг проблемыг дэвшүүлэе. Хэрэв энэ нь ер боломгүй бол нэг их цаг алдаад хэрэггүй гэсэн. Багш миний илтгэлийг сонсоод ассоциатив биш цагирагаар ажиллаж болох юм гэж бодсон юм байлгүй учир нь намайг оюутан байхад Ц.Дашдорж багш маань ассоциативт ойр цагираг гэдэг номоор мэргэжлийн курс уншиж байлаа. Энэ нь намайг ассоциатив биш цагирагт ажиллах тус дөхөм болсон юм.

Одоо проблемыг дурьдая. Ли цагираг дээрх матрицан цагираг ямар цагираг байх вэ? гэлээ. Энэ асуудлыг судалж байхад дээрх проблем нь баруун Ли алгебр гэж нэрлэгдэх шинэ алгебрийн цогцосоор тодорхойлогдох болохыг тогтоосон. Ингээд энэ алгебрийг судлахад радикалын онол зайлшгүй шаардагдсан. Ингээд л багшийн маань тавьсан асуудлын ачаар би радикалын онол судалдаг болсон юм даа.

Ер нь багш маань миний диссртацуудын удирдагч, шүүмжлэгч байсан Дээрх зүйл нь Мекей багшийн миний амьдралд тусалж байсан товчхон хэсэг. Мекей багш маань эрдмийн маш өндөр мэдлэг, чадвартай олон шавьтай бусад хүмүүстэй үнэхээр хүнлэг харьцдаг гайхалтай нэрт эрдэмтэн юм.

Мекей багш бол монголын алгебрын чиглэлийн салбарын 2 дахь хүн бөгөөд Алгебрын чиглэлээр шавь сургуулийг үндэслэгч, биднийг бишрэн шүтүүлэгч хүн юм. Мекей багш олон мянган шавь нартайн дээр нарийн мэргэжлийн чиглэлээр унаган шавь нар нь олон улсад нэр хүндтэй эрдэмтэд болсон байна. Тодруулбал проф.Ц.Дашдорж, академич Р. Гончигдорж, П.Энхболд, Б.Батцэнгэл гэх мэт.

Алгебрийн чиглэлээр Мекей багшийн олон сайн шавь нар гадаад дотоод эрдэм судлалын ажил хийж, суралцаж байна. Одоо ч Мекей багший эрдмийн ажил ундарсаар л...

Тухайлбал Австралийн нэрт эрдэмтэн Б. Гарднерийн 1972

онд дэвшүүлсэн саяхныг хүртэл шийдэгдээгүй байсан асуудлыг Португалийн Мэндес болон надтай хамтран шийдэж, Португалийн математикийн сэтгүүлд хэвлүүлэхээр шилжүүлчихээд байна.

Ер нь гадаадад явж байхад хүмүүс эхлээд Мекей багшийг асуудаг. Энэ бол эрдмийн нэг шинжүүр юм. Багшийн тухай мэргэжлийн гадаад орнуудын профессорууд Унгарын профессор Р.Вигандт, Л.Марки, Польшийн профессор Пучиловский, Английн профессор Х.Занд, Молдавын академич Арнаутов, Роябухин нар бахархан ярьж байхыг би өөрөө хэд хэдэн удаа сонсож байсан. Багшийн эрдмийн ажлын гол судалгааны нэг нь критик цагирагийн онол юм. Би ч МУИС төгсөхдөө критик цагирагаар дипломоо хамгаалсан. Критик цагирагийн чиглэлээр хамгийн хүчтэй ажилладаг байсан хүмүүс нь хуучин ЗХУ-ын И.Львов, Р.Крузо, В.Латышев, Ю.Мальцев, А.Нечаев, К.Генов, П.Сидеров гэх мэтийн эрдэмтэд байлаа. Мекей багш эдгээр эрдэмтэдтэй мөр зэрэгцэн өрсөлдөж тэднээс өрсөн критик цагирагийн маш чухал ангийг өөрийн ажлаараа нээсэн юм. Энэ шинэ ангийг нээсний дараа энэхүү чиглэлээр хамгийн хүчтэй үр дүнгүүд гаргаж байсан эрдэмтэн А.Нечаев дүгнэхдээ: ... ийм маягаар Мекей критик цагирагуудын шинэ чухал ангийг нээсэн юм. Мөн түүнээс гадна Мекей гол идеалуудын коммутатив төгсгөлөг локаль цагираг дээрх төгсгөлөг модулийн эндоморфизмын цагирагууд доторх бүх критик цагирагуудыг тодорхойл гэсэн сонирхолтой бөгөөд чухал проблемыг дэвшүүллээ гэж үнэлснийг тэмдэглэхийг хүсэж байна. Тэгэхдээ би багшийгаа худлаа ч магтаад байгаа юм биш шүү гэдгийг хэлэх гэсэн юм.

Одоо болтол энэхүү проблемыг хэн ч үүнээс эмтэлж чадаагүй л байна. Эдгээрээс харахад Мекей багш хэр их хүндтэй эрдэмтэн болох нь ойлгомжтой юм. Мекей багшаа: Би таны унаган шавь нарын нэгд өөрийгөө багтааж явдаг шүү. Эрдэмтэн багшийнхаа тухай маш товчхон өгүүллээ. Багшаа хэрэв намайг алдаа мадагтай бичсэн бол уучлаарай.

Хэрэв миний мэдэх тэр үеэс багш минь халх байсан бол ч ...

Нарийн мэргэжлийн шавь,
тэргүүлэх профессор, (Sc.D) С.Төмөрбат

ЭРДЭМД ЭРЭМГИЙ ЭГЭЛ ХҮН

Дааган дор хцлэг...

Он цагийн бүдгэрсэн хэлхээн дунд зарим үйл тодхон байх ажээ. Тэртээ 48 жилийн өмнөх явдал. Тэгэхэд МУИС, ЭМШУИС хоёр хамт нэг ам бүлд байж. Тэр жил над байгалийн ухааны догтуур байрыг хариуцах даалгавар өгсөн юм. Сургуулиас тэргүүн тасаг шалгаруулах 3 шагнал зарласны нэгдэх нь "Эх орон-52", гудас хивсэнцэр, толь, нөгөө хоёрт нь хивсэнцэрийг аль нэг юмтай нь өгнө. Тэр үеийн оюутанд энэ бол нандин шагнал байсан юм. Оюутан бүр шагнал авчихаасай гэж хичээсэн. Болзлын биелэлтийг долоо хоног бүр бүх тасгаар хамтын баг явж нарийн шалгана. Анагаахын "цэвэрч" охидуудыг бид дийлээгүй. БУФ хоёрдугаар байранд орж байлаа. Тэр үеээс байранд суудаг, нэгдүгээр ангийн өндөр хүү Мекейг мэдэх болжээ.

Оюутнууд дугуй танхимд пиг сууна. Номын сангаас ном авч тэвхийлгээд нэгийг нь дэлгэж суудлаа авна. Шөнө 23 цаг болоход жижүүр хөөж гаргадагсан. Тэнд өнөөх хөдөөний хүү Мекей юм л бол сууж харагдана. Тийнхүү биднийг оюутан ахуй маань битүү танилцуулжээ.

Би төгсч багш болдог юм байна. Математикийн 3-р ангид онолын физик заах даалгавар авлаа. Бид онолын физик гэх юм бараг л үзээгүй. Харин физикийн математикт суурилсан нэг төрөл нь гэж л багш нараасаа лавтай дуулснаас илүүгүй. Хичээл заангаа суралцах ажил ийнхүү эхэлсэн юм. Зөвлөлтийн нэрт физикчдийн сурах бичиг барьж, орчуулж, ойлгох гэж нухана. Бодлогыг чинээгээрээ дөхүүлж танхимд орно. Харин оюутнууд маань ухаалаг, эрдэмд хорхойтой тэмүүлэлтэй шижигнэсэн залуус байлаа. Махарч дөхүүлсэн бодлогыг Мекей, өнөөгийн "иргэн" Лхамжав хоёр голдуу гүйцээчихсэн байдаг сан. Миний гарраа зөв байгааг над ингэж мэдрүүлсэнд би өөрөө урамшиж байсан даа.

Ингэж Мекей миний ууган шавь болж, бид хамтран суралцах, зүтгэх урт замд гарсан юм. Он жилийн нугачаанд "мунгинасаар" хувьсал дэвшлийг анзаарахгүй өнгөрөөдөг нь гэм, жам хоёрын нийлбэр бизээ. ХХI зууны эхнээс өнөөдөр э?гэн харахуй

манай нийгэм, ахуй, соёл, нийгмийн харилцаа, хүний сэтгэлгээ, хандлага, мэдээлэл харилцаа эрс хувирчээ. Монголчууд маань дэлхийн соёл иргэншил, хүн зоно дэвшилд нийцэн хүмүүний соёл иргэншлийн "их нэгдэл" рүү ийнхүү хүчээ шавхан бужигнан зүтгэж яваа нь энэ.

Нийгмийн дэвшлийн энэ ирмүүн хувьсал дундуур Абишийн Мекей маань хангирдын дэвэлтээр эрдмийн тэнгэрт өндөр өндөр авч, "шинжлэх ухааны хатан хаан" гэгдэх математикийн салбарт сэтгэлгээ, бүтээлээр дэлхийд нэртэй эрдэмтэн хэдийнэ болжээ. Эрдмийн өндөрлөг тийш хөөрсөн уламжлал буюу физикчийн хэлээр бол хурд нь сансрынх л байсан юм. Хурд олгосон хөдөлгөгч хүч бол оюуных нь оргилуур ундрага, хэзээ ч саараагүй зүтгэл тэвчээрээс эхтэй юм.

"Дааган" дор хүлэг, "даахин" дор эр байдгийг их талын эсгий туургатнууд хүмүүний аугаа их түүхийг хамтдаа бүтээхдээ товойлгон тодруулсан нь түүхэн үнэн. А. Мекей тэр баатарчуудын удмынх. Тал нутагтаа математик эрдмийн сэтгэлгээ, шинжлэхүйн арга зүйг дэлгэрүүлэн эрдэм бүтээхийг үлгэрлэн хэдэн үе залуусыг араасаа дагуулсан байна. Тэгээд математикаар сэдэж сэтгэн бүтээхүйн анги бүрэлдүүлснээр барахгүй, эрдэм-боловсрол- уламжлалын цогц үүсгэжээ.

Эдүгээ Мекей ШУ-ны доктор, профессор, академич, гавьяат багш болж далай даян, даяар олондоо холдоо бүрч чангаран дурсагдах эрдэмтний нэг мөн.

Профессорын цагааныхан

60-аад оны эхнээс Их сурууль маань цараа тэлж, эрдмийн чансаа нь эрс өссөн үе байв. Голдуу хөдөөнөөс ирж суралцаад сургуулиа онц төгссөн залуус багш болно. Их сургуулийн өнөөгийн 3-р байрны гол хаалганаас урагших 3 давхарт нэг нэг өрөөнд залуус орцгооно. Тэгээд гэр бүл болцгоож, төдөлгүй хүүхэд бужигнасан өнөр байр болсон юм.

Тэр үеийнхэн маань хаяа тааралдахаараа амьдрал, залуу насны хөгжөөн, спорт, эрдмийн гараагаа дурсаж ярилцах дуртай. Байраа "профессорын цагаан" хэмээн өргөмжилнө. Тэндээс гараа-

гаа эхэлсэн хүмүүс бүгд л Монгол улсын нэртэй сэхээтэн, эрдэмтэн, үйлдвэр, урлаг, соёл, спортын зүтгэлтэн болцгоожээ. Улсын алдар цолтнууд ч тун олон төрөн гарсан даа. Түүнээс гадна өнөө шулганасан олон жаалууд маань ч манай орны бүтээн байгуулалтын нэр төртэй хүмүүс болцгоожээ.

Цаг цагаараа байдаггүй гэж... Орчлонгийн аливаа бүрдэл үйлийн үрийг туулан хувьсахдаа хуйларлаас гагцхүү ирээдүйг сонгон цэгцэрч, өөрийгөө хувьлаж шинэ төгөлдөр бүтэц хийгээд дэг эрэмбэд дэвшдэг нь жам юм даа. Үүнийг миний дурсамжийн баатарын үйлс нь бүтэж, өгссөн жишээнээс ч илэрхий байна.

Айл хүний амь нэг.

Төдөлгүй залуус маань харь орноос эрдмийг өвөрлөн ирэхээр тал тал тийшээ мордцгоов. Мекей Москвагийн их сургуулийн аспирантурт суралцжээ. Эрдмийн эрэл хайгуулын зам дахь үл мэдэх, үл харагдах өндөрлөгт тийш яаж мацахаа бодож махарч, мэтгэж явсан цаг бол тун ч чухал шүү дээ.

Амьдралын зам шулуун дардан биш. Олон амаргүй нугачааг туулахыг хэн эс андана. Мекейн ар гэрийнхэн нь ханиад томуу хүрч хүндрээд нилээд сандаргажээ. Тэхэд ээж маань тэднийд орж гарч, ойр зуурын ажилд нь хөл, хэл залгуулж, тус дэм болдог байж л дээ. Үр хүүхэдтэй ахмад хүний нүнжиг тэр.

Эрдмийн зэргээ хамгаалж ирчихээд Мекей ханьтайгаа хамт нэг сайн баярлуулсныг ээж минь хэзээ хойно болтол дурсан ярьдаг байсан юм. Бас түүгээр ч барахгүй ээ хөдөө суугаа хүүхдүүдээ санахаар хасаг хүн ховлогонд сайн, Мекейгээр чулуу таслуулна гээд тэднийд ордог тэгээд сайн мэддэг шүү гэж хэлдэг байсан нь ч санаанд ордог юм. Юутай ч ээжийн минь зорьж очсон сэтгэлийг хэзээ ч гомдоож байгаагүй бололтой.

Шавь сургууль.

Эрдэмтэн хүн шавьдаа эрдмийг өвлүүлснээр өөрөө мөнхөрдөг. Ингэж эрдэмтэн өөрөө эрдмийн жинхэнэ "улаач" байваас сэдэж, сэтгэж нээхүйн далай тэлж, танихуйн сан хөмрөг аривжих номтой. Эрдмийн эрэлд зүтгэж, тэмтрэл, мухардлыг туйлбартай

туулан өндөрлөг өндөрлөгт өөрийн оюун хийгээд тэвчээрийн эр заан авирсан хүн л хүнд үлдээх жинхэнэ юмтай болдог нь хууль аж.

Мекей багш дэлхийн шилмэл их сургуулиас эрдмийн дээжис арга, санаа өвөрлөж ирэнгүүт л шавь сургуулийн шавыг багштайгаа хамт тавьжээ. Байнгын семинар хөтлөн ном хаялцаж оюутан шавь нартайгаа хамт сэтгэж, бүтээх өгсүүр замд хэдэн 10 жилээ зориулжээ. Ингэснээр Мекейн эрдмийн галын элч, сэтгэлгээний тэнхлийг бүр дунд сургуулийн сэргэлэн сурагчид ч мэдрэх болсон юм. Тэд газар газраас Мекей багшдаа шавь орж аажмаар монгол орон даяар математик сэтгэлгээ, арга зүйн цогц үүснээр барахгүй хамтдаа өгсөж, эрдмийн нэгэн үзүүрт арга ухаанаар сэдэх чадвартай алгебрын шинжилгээний шавь сургууль бүрэлдэн тогтсон юм. Үүнд би үйлс, зорилгоо бүтээсэн эрдэмтний нь хувьд ч, анд нөхөр, багшийнх нь хувьд нэн баярлаж явдгаа үгээр яахин илэрхийлнэ.

Бидний хөөрөлдөөн

Эрдэм хайгуул хийгээд гал бүрэлдүүлэх үйлс маань төстэй, бас урагштай явсан болохоор бидний сэтгэл ямагт далдуур дуугаа дуугаа авалцан явсан гэж хэлмээр санагдана. Мекей Мосвагийн их сургууль дээр физик-математикийн шинжлэх ухааны докторын диссртацаа юу юугүй хамгаалах дөхөөд байлаа. Би ЦШНИ болон Мосвагийн их сургууль хооронд олон жил гүйцэтгэсэн судалгааныхаа үр дүнг эмхлэн физик-математикийн шинжлэх ухааны докторын зэрэг горилсон диссртацаа нэг сарын дараа хамгаалахаар тогтчихсон байлаа.

Тэгээд арай чөлөөрч Мекей дээр очлоо. Тэр өдөр бид хоёр бараг бүтэн өдөр физик, математикийн эрдэм ухаан, их тал нутгийнхны соёл иргэншил, нийгмийн дэвшлийн талаар тухтай хөөрөлдөж билээ. Тэр бүгдийг орхиод Мекей эрдэмтний маань бүтээлийг мэрэгжлийн нэрт эрдэмтэд хэрхэн үнэлсэн тухай шүүмж саналыг нь үзэн ярилцснаа бүүр түүрхэн боловч дурсан хэлмээр санагдана.

Байгаль ертөнц төгсгөлгүй баялаг дүрс хувирал, төрх төсөө

бүхий бүрдэлтэй. Математик бол түүн лугаа дүйцэх бас төгсгөлгүй эв, шинж, төрх төсөөт бүтцийг судалж зүй тогтлыг нь илрүүлдэг ухаан. Түүний нэг хэсэг нь болох алгебр, түүний дотор цагирагын цогц, анги бүрэлдэхүйн жамын, тулгуур нэг асуудал нь гэж би хувьдаа төсөөлдөг. Алгебр дахь цагирагын онолын шинэ чиглэлийг эх орондоо тэрлүүлэн босгосон хүн бол проф. Мекей байсныг тэнд нарийн мэдсэн юм.

Олон орны нэрт алгебрчид тухайлбал, онолын судалгааны чиглэлдээ чухам шинэ юу нээж, өөрийн онол нээлтэндээ тулгуурлан уг эрдмийг хэрхэн хөгжүүлснийг үнэлэн хэлсэн байлаа. Москвагийн их сургуулийн профессор С.П.Мищенко шинэ арга хөгжүүлсэн нь энэ чиглэлийн том ололт болсныг, А.А.Нечаев критик цагиргын шинэ анги нээснийг тэмдэглэсэн бол, мөн сургуулийн проф. В.Латышев цогцын онолыг хөгжүүлснээр Мекей нь энэ чиглэлийн тэргүүлэх эрдэмтэн болсныг тэмдэглэсэн байсан нь санаанд орж байна.

Эрдэмтдийн санаа, дүгнэлтээс үзвэл проф. Мекей нь алгебр-цогцын онолын шинэ бөгөөд чухал салбарыг хөгжүүлэх үйлсэд жинтэй хувь нэмэр оруулсан нэрт эрдэмтэн болжээ. Сургалтын гарааны хурд нэн доогуур байсан хэдий ч богино хугацаанд дэлхийн төвшинд эрдмийн бүтээл турвиж, шавь сургууль үүсгэсэн нь А. Мекейн сэтгэлгээний тэнхээ, ажиллах бүтээхүйн авьяас билгийг илтгэж байгаа юм.

Тэрээр бас Монгол улсад боловсролыг хөгжүүлэх, математик сургалтыг боловсронгуй болгох, математик сэтгэлгээг хөгжүүлэх, эрдэмтэй боловсон хүчнийг бэлтгэхэд үнэлж баршгүй тус хүргэсэн хүний нэг билээ.

Төр нийгмийн зүтгэлтэн

А.Мекей бол өөрт нь даалгасан алива ажлыг идэвхи зүтгэлтэй биелүүлдэг тууштай үлгэр дууриалалтай хүн. Түүний боловсрол, шинжлэх ухааны салбарт гүйцэтгэсэн олон талт ажил ямагт үр дүнтэй байсныг баримтаар тоочиж яахан барна. Миний биед боловсролын асуудал эрхлэх зурвас тохиох үес Мекейд найдаж хэд хэдэн удаа хамтран ажиллаж байснаа санаж явдаг. Дээд газрын

даалгавраар зарим аймаг, хотод ерөнхий боловсролын сургуулийн сургалт ялангуяа, байгалийн ухааны хичээлийн байдалтай танилцаж, чансаатай зоримог дүгнэлт хийснээс нь үзэхэд үнэхээр эрдмийг ч ингэж л шийддэг юм байжээ гэсэн бодлыг өөрийн эрхгүй төрүүлж байсан юм.

Эсгий туургатны соёл

Мекей бидний санаа бодлоо солилцдог асуудлын нэг бол их талын эсгий туургатны соёл иргэншил, тэдний түүхэнд үлдээсэн сод ул мөр юм. Одоо ч манай ахан дүүс хасаг, монгол түмэн тэр үйлсийг үргэлжлүүлсээр байна Их эрдэмтэн Л.Гумилев хасаг түмэн Чингисийг шүтэж явдгийн тод жишээг өгүүлсэн байдаг.

Бидний хэл, заншил, хувцас гээд ялгаатай зүйл олон боловч их талын ахуй, нүүдлийн сэтгэлгээнээс үүдэлтэй олон зүйл тухайлбал, соёлынх нь язгуур нэгдэл гайхамшигтай. Домборын болон морин хуурын чуулгаар ардын аялгуу тоглож байхад аль алианаас нь их талын морьтны цоглог жавхаа, хайр дурлал, хийморилор үйлсийн дүрслэл нүднээ бууж чихнээ уянгалдаг юм.

Дэлхий даяаршиж олон үндэсний соёлын язгуур онцлогийг хадгалахын зэрэгцээ түүний нэгдэлд их соёл иргэншил хөгжих нь гарцаагүй тулж ирлээ. Тэгэхлээр нүүдэлчдийн соёлын нэгдлийг манай Баян-Өлгий нутгийнхан хангаж, шинэ зүйл хийх нөөцтэй. Морин хуур, домборын хослол чуулга уяангалуулбал, эсгий туургатны аялгууны шинэ үе тэндээс сонсдоно доо гэж Мекей профессор бид хоёр ярилцдаг юм.

Эцэст нь эрдмийн анд нөхрийн минь зорьсон хэрэг нь сэтгэлчлэн бүтэж, шавь нар нь улам үржин олширч, бүтээл нь зузааран номын ариун үйлс нь дэлгэрэхийг ерөөнөм.

Физмат. Шу-ны доктор, проф. О.Лхагва,
Онолын физикч, хэрэглээний математикч,
МУИС, профессор

МУ Шинжлэх ухааны гавьяат зүтгэлтэн,
Шугаман бус эрдмийн ОУ академийн жинхэнэ гишүүн,
Нью-Йоркийн Шу академийн жинхэнэ гишүүн,
ХХ зууны дэлхийн 2000 шилдэг хүний дипломт,

Дэлхийд хэний хэн бэ? Нэвтэрхий тольд данстай,
Оюуны чадавхи төвд данстай (IQ)

ДУРСАМЖ, СЭТГЭГДЭЛ

Академич А.Мекейн нэрэмжит улсын математикийн олимпиад болсонтой холбогдуулж олон жил физмат факультет хэмээх нэг өрхөд багтаж ажиллаж амьдарч явсан, удирдлагыг нь хүлээж байх үедээ ажил төрийн зөвлөгөө авч бас ч хувь хүний хувьд мэнд устай явсаны учир хэдэн мөр дурдатгал бичье гэсэн боловч физик хэмжээс тохирч өгсөнгүй. А.Мекейг оюутан байхад, би ангид нь физикийн лабораторийн хичээл орж байсан юм. Хүүхдүүдээс Д.Ламжав, Ц.Маам нарыг л бүдэг бадаг санадаг, бусад нь миний санах байгууламжаас аль хэдийнээ зулран оджээ. А.Мекей, Д.Ламжав хоёрыг өөртөө итгэлтэй, юмыг бусдын хэлснээр биш, өөрийнхөөрөө хүлээн авах хандлагатай тун өвөрмөгц хүүхдүүд юм даа гэж бодож байсан билээ.

А.Мекей декан. Физмат факультетэд декан удаан тогтдоггүй нэг үе байв. Декан нэг мэдэхэд л ямар нэг шалтгаанаар халагдаж солигдчихсон байдаг байсан. Харин А.Мекей декан сууснаар энэ явдал дуусгавар болж билээ. Физматын түүхэн хамгийн удаан декан суусан хүн бол А.Мекей. Олон янз бодол, үйлстэй хүмүүсийн аргаг нэг хүн олно гэдэг амаргүй нь мэдээж. Асуудалд уужуу хүлээцтэй ханддаг, хувь хүний явдалд даргархах байр сууринаас бус, ойлгох талаас хандаж, хэнтэй ч тэгшхэн харьцдаг тал нь физматынхны "өөнтөгч" занг босгоогүй болов уу. Физмат-д "ордны эргэлтэрхүү" юм болдог л байсан юм. Ер нь математикийн даргархах, сүржигнэх, элдэв ойлгомжгүй зарчим, ном дурдаж тулгах байдалд угаас дургүй, эрх чөлөөг эрхэмлэдэг ард түмэн билээ.

Тэр үеийн гамшиг бол олон нийтийн ажил. Нам эвлэл үйлдвэрчин эмэгтэйчүүл, зөвлөлт монголын найрамдлын нийгэмлэг, ардын хянан шалгах хороо, эрдэм дэлгэрүүлэх нийгэмлэг социалист уралдааны комисс гэх мэтийн есөн шидийн байгууллага

ажилласан дүр үзүүлэн цаг наргүй хуралдаж ажлын төлөвлөгөө гаргуулан дараа нь ажил шалгаж байна гэж цаг завьг хий хоосон үрж хүмүүсийг цалхааж байсан.

Тэр үеийн физматын нэг онигооны утга учрыг одоогийн хүмүүст ойлгоход дөхөмтэй болгохын үүднээс урьдаар нэг орос онигоо хэлье.

Орос онигоо Армянд социализм байгуулж болох уу гэж армяны радиогоос асууж гэнэ. Тэгтэл армяны радио уг нь болох л байлгүй дээ, гэхдээ эхлээд гүржид туршсан нь дээр байхаа гэж хариулан гэдэг.

Факультетийн онигоо Математикийн X , Y , Z багшийг олон нийтийн ажилд дайчилж болох уу гэж А.Мекей деканаас асууж гэнэ. Тэгтэл декан уг нь ч дайчилахад юуны буруу байх вэ дээ, гэхдээ ийм ажилд физикчид илүү тохирдог юм шүү дээ, тэднээс дайчилсан нь дээр байхаа гэж хариулсан гэдэг.

А.Мекейн парадокс Нэг талаас декан, их сургуулийн орлогч захирал, магистр докторын сургалтын албаны захирал, математикийн хүрээлэнгийн захирал гэж төрийн хариуцлагатай олон албыг дараалан хашиж дээр нь их сургуулийн сургалтын ачаалал байнга үүрч, олон ном зохиол бичиж басхүү математиктай холбоотой улсын их бага аливаа асуудалд гар бие оролцож яваа түүнд чөлөө цаг огт гарахгүй нь "мэдээж", гэтэл нөгөө талаас математикийн гүн гүнзгий шинжилгээ хийж толгойны өвчин болсон олон асуудал шийдсэн болохоор түүнд илүүчлэх чөлөө цаг зөндөө байсан болж таарч байна.

А.Мекей МУИС-д алгебрийн эрдмийн шавь сургуулийг хөгжүүлсэн хүн гэдэгтэй маргах хүн байхгүй. Намайг тоо-физикийн багшийн ангид (1955-1959 онд) сурч байхад л Л.Шагдар багшаас өөр мэргэжлийн математикч байгаагүй, бусад нь дунд сургуулийн тоо-физикийн багшийн анги төгссөн хараахан нарийн мэргэжил олоогүй багш нар байсан. Нарийн мэргэжил үүнээс хойш яваадаа амбиц их, зарим авъяаслаг хүний хичээл зүтгэлээр бий болсон. Манай багш нар, монголчуудын дотроос Москвагийн их сургууийн мехматын аспирантур докторантурын давааг хоёуланг давсан А.Мекейгээс өөр хүн одоо хир алга. Өөх

дагаж мах гэдэг үг бий. А.Мекейн үүсгэсэн шавь сургууль өнгөтэй өөдтэй явна. Ц.Дашдорж нийтэд зарлагдаад байсан Жеб-лаковын проблемийг шийдсэн гэж Ү.Санжмятав багшийн ярьж байсныг би нэг бус удаа сонссон. Бахархах сэтгэл өөрийн эрхгүй төрж байсан билээ. Давгадорж японы сумогийн их аварга болсны ачаар Монголын нийгэмлэг монгол хүний авъяас хүч чадалд итгэх итгэл дээшилсэн. Математик хэмээх дэлхийн оюуны "спорт"-д проф Ц.Дашдоржийн тогтоосон "рекордыг" мэдүүлэн төрийн шагналд дэвшүүлэх цаг аль хэдийнээ болжээ. Математикаар төрийн шагнал хүртэнэ гэдэг бол математикчид төдийгүй оюун ухаан дээдэлдэг бүх монголчуудад урам нэмэх их ач холбогдолтой юм. Шинэ монголын түүхнээ нэр нь тодоос тод бичигдэх нэрт улс төрч Р.Гончигдорж бас авъяас билэгч алгебрч бөгөөд аль хэдийнээ монголын шинжлэх ухааны академийн жинхэнэ гишүүн буюу академич болжээ. Алгебрийнхан авъяасаар баян, дороос оргих ундрага бүхий бололтой. **А.Мекей Монгол оронд математикийн соёл, сэтгэлгээ дэлгэрүүлэгсэдийн тэргүүн эгнээнд явсан нэгэн.** Л.Шагдар багш Улаанбаатар хотын хэмжээнд математикийн олимпиадыг анх 1960 онд эхэлсэн гэж албан ёсоор үздэг юм байна.

Математикийн олимпын үзэл санаа, эхлэл манай улсад нилээд эрт байсан байж магадгүй. Нэг баримт дурдъя. 1953-1954 оны хичээлийн жилд намайг 6-р ангид байхад манай сургууль (Сүхбаатарын цэргийн сургууль нэртэй, онцгой хангамж, цэргийн дэглэм бүхий дунд сургууль) дээр 6-10 анги хамарсан математикийн олимпиад болж би 1-р байрт орж дунд сургуулийн тоо физикийн бүх сурах бичгээр шагнагдаж 2-р байранд ахлах ангийн Дашдэндэв гэдэг хүүхэд шалгарч байв. Одоогийн ардын эмч Лхагважав түүнд оролцсоныг би баттай хэлнэ. Олимпиадыг зохион явуулсан хүмүүс нь их сургуулийн тоо физик төгссөн Цэрэнжав (хожим гавъяат болсон), Жигжидсүрэн багш байсан. Тэд бодлогыг орос хэвлэлээс авсан гэсэн.

1960 оноос ялихгүй өмнө албан бус олимпиад болж байсан байж болзошгүй. Юу вэ гэвэл Л.Шагдар багш 1-р байрны 330-р өрөөнд олимпиад явуулж байна гээд хэдэн хүүхдүүд цуглуулчих-

сан бодлого бодуулж байсан. Тэнд Цагаан багш бас Алтангэрэл багш байсан. Цагаан багшийг тэгэхэд би анх удаа харсан юм. Харамсалтай нь би оныг нь санахгүй юм. Хэрвээ энэ нь 1960 он байсан бол Л.Шагдар багш, намайг физикийн багшийг тэнд оруулахгүй байх байсан болов уу.

Л.Шагдар багш, эрүүл мэндийн шалтгаанаар, эхэлсэн ажлаа үргэлжлүүлж чадалгүй санаачлагыг Ү.Санжмятав багшид алджээ. 1960-аад оны дундуур олон улсын олимпиадад оролцох хүүхдүүдийг Ү.Санжмятав багш дагуулан гадаадад явдаг болчихсон байв. Тэрээр 1982 он хүртэл олимпиадын жолоог барьсан аж. Жолоо 1984 онд Мекейл шилжсэн бөгөөд 1990 оноос хойш Монголын математикийн олимпиадийн хороог Ц.Дашдорж толгойлж ирсэн түүхтэй юм байна. Ийнхүү математикийн олимпиадад одоо хүртэл алгебрынхны манлайлал дор алгебрынхны дизайнаар явагдсаар ирэхдээ бүх монгол орны үйлс болон дэлгэрчээ. Монгол орон жижиг ч гэсэн математикаар их гүрэн болж хувирчээ. Энэ нь Монголын математикийн олимпиадын зүтгэлтнүүд төдийгүй, манай математикчид бүх шатны сургуулийн багш нар, эцэг эхүүд, арчсан толь мэт тунгалаг оюунтай монгол хүүхдүүдийн хамтын бүтээл болой.

Математикийн олимпиадыг чин сэтгэлээсээ талархан дэмжиж тусалж явсан Д.Ишцэрэн багш маань өнөөдөр амьд сэрүүн байсан бол ямар сэтгэл хангалуун байх байсан бол доо.

Д.Ишцэрэн багш аспирантураас ирээд удалгүй удирдах ажил хүлээж авсан. Ү.Санжмятав багш Д.Ишцэрэн тэнд их юм сурсан байх ёстой гэж хэлнэ. Дөрвөн настай хүүхдийн халааснаас гардаг юмсыг харахад л олонлог гэж юу болох нь ойлгомжтой болдог хэмээн хэн нэг нь бичсэн байдаг гэж ярих дуртай. Элдэг инээнэ. Элдэв сонин хошин юм ярих дуртай. Багшийн ярьсан нь: Напельон Бонапарт математикийн зэгсэн боловсролтой, математикт хорхойтой, математикчдийг хүндэтгэдэг хүн байж. Хаан болоод Лагранжийг дотоод яамны сайдаар томилсон боловч удалгүй халахаас өөр аргагүйд хүрч гэнэ. Буулгасан зарлигтаа төрийн хэрэгт төгсгөлгүй бага хэмжигдэхүүн оруулсан тул Лагранжийг халсугай гэж бичсэн байж гэнэ.

Ү.Санжмятав багш. Биднээс их сургуулийн элсэлтийн шалгалт авсан хүн бол Ү.Санжмятав багш байсан байдгийм. Бүрх малгай өмссөн, тамхи зуусан, туранхайвтар, маш энгийн янзтай залуу орж ирээд контроль хийлгэсэн. Их сургуульд ийм энгийн багш байдаг л юм байхдаа гэж бодож билээ. Харин дээд алгебрийн хичээл заахад нь яггүй амьтантай учирснаа сая мэдэрсэн. Санжмятав багш эхний хичээлийг оросоор дуудаж бичүүлсэн. Тэхдээ на протяжении всего курса школьной алгебры гэж эхэлсэн нь санаанд байдаг. Бодвол Г.Курошийн ном тэгэж эхэлдэг байсан биз. Ямар их өгөөжтэй багш байгаав дээ. Түүний заасан шугаман алгебрийн хэсэг ой тойнд хадагдсан мэт сууж үлдсэн байсныг би хожим мэдэрсэн билээ. Багш мартахгүйн тулд Крамерийн дүрмийг хар морийн дүрэм гээд тогтоочих л доо гэж билээ. Монголын түүх ярих дуртай. Холч хар ухаантай хүн байлаа.

Идэж уух ажиллах амрах ер бүх юмандаа хатуу дэглэм журам баримталдаг Л.Шагдарт хамрын ханиад хүрмээргүй сэн, гэтэл шувуу дээгүүр нь нисээд өнгөрөхөд л "хатгаа" авчихдаг гэж хошигноно.

Алгебр агуулгын хувьд их баян, ганц тасралтгүйн зарчимд тулгуурласан анализ ядуулаг гэж хэлсэн удаа бий.

Г.Гүнжээ багш хөгжилтэй, сонин хошин юм, онигоо ярих дуртай, нөхөрсөг, сайхан сэтгэлтэй залуу байсан. Тэр лут сэтгэл зүйч байсныг харуулах хоёр баримт дурдъя.

Нэг. Их сургуулийн зуслангийн хэдэн байр хүссэн бүхэнд хүрэлцэхгүй. Багшийнх зусланд гарах хүсэл их байсан ч байр оногдсонгүй гэнэ. Үйлдвэрчний хорооны даргаас гуйгаад нэмэргүй тул нэг арга хэрэглээд үзэхээр шийдэж. Тэр дарга гэжүүд гэдэг нь жигтэйхэн хүн байж.

Дарга зуслан дээр очоод айлд байр оноон хувиарлаж явах зуур Гүнжээ багш нэг байрын үүдэнд очиж зогссон байж, тэгээд даргыг хүрч ирэхэд нь манайх энэ байранд чинь оройгүй шүү өөр байр өг гэж нохойтоход нь даргын гэжүүд зан нь хөдөлж, нөхөр Гүнжээ, заавал энэ байранд ор, өөр байранд орно гэж горьдохын гонж шүү гэж зүтгэж гэнэ. Багшийнх ингэж зусланд гарсан гэ-

дэг.

Хоёр. Багш манай ангид элементар математик ордог байв. Багш байгуулах бодлого бодуулж байснаа гэнэт хэдэн бодлогын өгүүлбэр бичүүлээд эдгээр бодлогыг бодох гэж оролдоод ядлаа, та нар оролдоод үзээрэй, хэн нэг нь бодож юу магад гэж хэлдэг юм байна. Тэр үгийг сонссоноос хойш би хичээл шалавхан завсарлаасай гэж хүлээж ядан байсан бөгөөд бодсон хойноо ч багшийн хичээл орох мөчийг тэсгэлгүй хүлээж билээ.

Манай улсын математикийн анхны эрдэмтэн, ардын багш, проф.Л.Шагдар бол багшийн этикийн эталон байлаа. Манай ангид матанализ магадлалын онол, тооны онол, математик ба олонлогийн онолын элемент заасан. Би Фихтенгольцын 3 ботийг хүнээс 150 төгрөгөөр авч билээ (тэр үед төлөг 30-40 төгрөг орчим байсан). Тэр номны бодлогын бодолтыг харсаар байгаад багшийнхаа заасныг ухамсартай ойлгох хэмжээнд хүрсэн билээ. Талхны захад хүрэхэд тусалсан хүндэт багшдаа их баярлаж явдаг. Л.Өвгөн хүндэт багшийнхаа итгэл найдварыг дааж ажилласаар орон даяар Өвгөн багш хэмээн алдаршсан математикийн томоохон зүтгэлтэн болсон бөгөөд 70 насан дээрээ Монгол улсын гавъяат багш эрхэм цол хүртсэн билээ.

Шар сонины хуудаснаас. Өвгөн багш сүүлийн үед их бухимдуу явах болсон юм байхаа. Шалтгаан нь түүний гаюу яат цолтой холбоотой аж. Багш гэрийн нөхцөлд, авгай хүүхдүүдийнхээ хайр халамжинд, анир чимээгүй орчинд тоогоо бодож, Оноре де Бальзак шиг туурвиж бүтээж суудаг юмсанжээ. Гэтэл гавъяатын сургаар, нутаг нугынх, нэг ангийнх, нэг сургуулийнх, хуучин шавь, амралтын найз, танил тал, найзын найз гэх мэт зочин гийчин цувж хөлд дарагдан, хар гэртээ хаан бор гэртээ богд байсан багш маань эхнэрийнхээ хамт зочдын тогоо барьж ширээ зассаар өдрийг барах болжээ. Эцэст нь ядарч цөхөрсөн эхнэр нь амсхийхээр хилийн чанадад одсон бөгөөд зай завсаргүй гонгинох гар, гэр утсаа салгасан гэнэ. Ингээд багш сургууль руугаа гүйдэг болсон болов ч байдал төдий л сайжирсангүй гэнэ. Зөвлөгөө авна, уулзана, шавь орно гэх охид хөвгүүд конторын нь үүдэнд сахиад хүлээгээд сууж байдаг юм байх. Энд тэндээс

урьсан урилга цуврана. Бас хажуугаар нь Өвгөн багштай амралтын газар вальс эргэж танго хийж байсан гэх охид бүсгүйчүүл мэр сэр гарч ирдэг гэнэ. Өвгөн багш тоо бодох завгүй боллоо, бүхэл бүтэн ном бичих хугацаа алдлаа гэж харамсах халаглах хоёр зэрэгцэн ихэд цухалдаж яваа сурагтай. Алдартны зовлон гэж бас байдаг бололтой.

Ялдамд, Монгол даяар Мекей багш гэж алдаршсан академич Абишийн Мекейд хорвоогийн хамгийн сайн сайхан бүхнийг хүсэн ерөөе.

Онолын физикийн багш, МУИС-ийн хүндэт проф.Г.Очирбат

МИНИЙ САЙН МЭДЭХ АБИШИЙН МЕКЕЙ

Монгол Улсын гавъяат багш, Академич Мекейг би оюутан ахуй цагаасаа сайн мэдэх билээ. Мекей маань 1959 онд МУИС-ийн математикийн салбарт элсэн орж сурах мэдэхийг эрхэм зорилго болгон оюутан ахуйн ихэнх цагаа МУИС-ийн хичээлийн танхим болон номын санд өнгөрөөсөн манай тэргүүний оюутан байлаа. Сургуулиа төгсөөд алгебрь-геометрийн тэнхимд багшаар үлдсэн Монгол улсын Гавъяат багш асан Ү.Санжмятав багшийн удирдлагын дор алгебрын салбараар хичээллэн МУИС-ийн алгебрын шавь сургуулийг үндэслэн байгуулагчийн нэг бөгөөд энэ салбараар олон арван эрдэмтэн, мэргэдийг төрүүлсэн гавъяатай хүн билээ.

А.Мекей МУИС-ийн Физик математикийн декан, эрдэм шинжилгээ эрхэлсэн орлогч захирал зэрэг удирдах ажлыг 20 гаруй жил үнэнч шудрагаар сайн гүйцэтгэсэн бөгөөд энэ их нүсэр ажлын хажуугаар өөрийн эрдэм шинжилгээний ажлаа үргэлжлүүлэн хийж ШУ-ы докторын зэргийг Москвагийн их сургуульд хамгаалан дэлхийд хүндтэй томоохон математикч болохоо харуулсан билээ.

А.Мекей эрдэм шинжилгээ судалгааны ажлын хажуугаар Монгол улсад математикийн шинжлэх ухааныг хөгжүүлэхийн тулд

өндөр мэдлэгтэй олон арван багш, сурган хүмүүжүүлэгч бэлтгэснээс гадна их, дээд сургууль, ЕБДС-ийн олон арван ном сурах бичиг, гарын авлага бичин нийтлүүлж буян үйлдсэн манай шилдэг, тэргүүний эрдэмтдийн нэг юм.

МУИС-ийн харъяанд математик, физик, хими, биологийн салбарт дур сонирхол авъяастай сурагчдыг сургаж дээрх чиглэлээр МУИС-д залгамж халааг бэлтгэх зорилгоор гүнзгийрүүлсэн сургалттай шавь сургууль, Турк улстай хамтарсан орчин үеийн лецей сургууль байгуулахыг анх санаачлан байгуулсан юм.

Одоо энэ лецей сургууль жил бүр улсын олимпиадуудаас 10 гаруй сурагч алт, мөнгө, хүрэл медаль хүртдэгээс гадна бүх төгсөгчид дотоод, гадаадын их, дээд сургуульд элсэн ордог. Төгсөгчид нь гол төлөв их, дээд сургуулийн багш, эрдэм шинжилгээний хүрээлэнгүүдэд эрдэм шинжилгээний ажилтан, дотоод, гадаадын төслүүд дээр ажиллаж байна.

А.Мекей чөлөөт цагаараа шатар, гар бөмбөг тоглохоос гадна дотоод гадаадад болсон сонирхолтой үйл явдлууд болон онигоо ярьж, уулзах бүрдээ биднийгээ үргэлж баясгаж байдаг ааш зан сайтай манай тэргүүний сэхээтэн билээ.

Одоо А.Мекей математикийн хүрээлэнгийн захирал, МУИС-ийн Магистр докторын сургалтын албаны эрхлэгчийн ажлыг хашиж байна.

Монгол улсын гавъяат багш, Академич А.Мекейдээ эрдэм шинжилгээ судалгааны ажил, монгол улсад математикийн шинжлэх ухааныг улам хөгжүүлэх үйлсдээ улам их амжилт гаргаж, урт удаан наслахыг ерөөе.

С. Намжилдорж

АГ-ИЫГЫН ӨНДӨРЛӨГТ ЯВАА МАТЕМАТИКЧ

Хамгийн хүчтэй, хамгийн өндөрт хөөрөн дүүлдэг бүргэдийг Казахууд Алтайн Аг-иыг гэж нэрлэж алдаршуулан дуулдаг. Монголын математикчдаас дэлхийн шинжлэх ухааны өндөрлөгт хүрсэн математикчдийн нэг бол баруун хязгаарын түүхэн домогт ну-

таг - тунгалаг Толбо нуурын хөвөөнөө мэндэлсэн Казахын ард түмний авъяас билэгт хүү Абишийн Мекей багш билээ.

Мекей багшийн Цагирагийн онолд хийсэн бүтээлүүд нь дэлхийн шинжлэх ухаанд данстай. 1990 онд Улаанбаатар хотноо зохиогдсон математикчдийн олон улсын хурлын үеэр Оросын математикч Ю.М. Мальцев өөрийн илтгэлдээ А.Мекейн теорем гэж иш татан ярьж байсныг санаж байна.

Циркийн илбэчин төмөр цагираг гартаа өнхрүүлж тоглодог бол Мекей багш бодлын "цагираг", толгойдоо нэг нийлүүлж нэг салгаж бас өнхрүүлж, шаардлагатай үед нь зогсоож чаддаг нэгэн гэж ойлгож болно. Алтан хараацай тэнгэрт мянга мянган цагираг хийж жиргэн нисэж явдаг аваас Мекей багш маань толгойдоо хичнээн цагираг ургуулсныг хэн хэлж мэдэх билээ.

Математикт хоёр том уул буй. Нэг нь Алгебр нөгөө нь Анализ гэх. Цагираг бол Алгебрд нь хамаарах. Хүмүүс ярилцах нь алгебр нь анализаасаа бэрх гэнэ. Нээрээ ч функцийн тасралтгүйн нөхцөл биелээд ирэх юм бол Анализ бараг л өөрөө яваад өгөх. Алгебр тэгэхгүй. Хүндрэл бэрхшээл, нугачаа гогцоо захаас аван замд хөглөрнө. Бараг алхам болгондоо нэг юм сэдэх, санаачлах, ухаан сийлэх шаардлага гардаг. Тэр болгонд нь Мекей багшийн толгой ажиллана.

Тэгэхээр Мекей багш бэрхийн бэрх замаар нь явж. Шантралгүй яваад л байж, тохиолдсон бэрхшээл бүхнийг эрхшээлдээ оруулж авч. Амьдрал ч бас нэг Алгебр юмаа даа. Өдөр болгон л нэг асуудал гараад ирнэ. Заримдаа бүр битүү цагираг ч үүснэ. Тэр битүү цагирагуудын учир начрыг олж, үзүүр төгсгөлийг нь мэдэрч, ороолдоо гогцоог нь гаргаж суудаг учраас Мекей багш алгебрийн төдийгүй амьдралын их ухааныг биедээ шингээж авсан нь мэдрэгдэж байдаг.

Цагирагийн талаарх миний "Орос хэл" ингэсгээд шавхагдах тул Мекей багшийнхаа талаар өөр хэдэн зүйлийг дурдая.

1. Олимпиадын багш

Их сургуульд элсэхээсээ өмнө танилцсан багш нарын нэг бол өнөөдрийн академич, гавъяат багш, профессор А.Мекей багш. Тэр цаг бүх үйд (1969 оны хавар-зун) нэрийнх нь өмнө ганцхан А

үсэг л байсан залуухан багш хот, хөдөөгийн бидний арваад сурагчийг олон улсын математикийн олимпиадад сойж, хоёр сар гаран "ноцолдсон" юмдаг. Бас Санжмятав, Дашдорж, иргэн Ламжав, Цэнд-Аюуш багш нар зааж байлаа.

Энэ мундаг багш нарын хүч хөдөлмөр орсон болохоор тэр онд Олон улсын математикийн олимпиадаас Монголын баг хүрэл медальтай буцаж ирсэн. Бас тэр жил Мекей багшийн зохиосон бодлого Румын улсад явагдсан олон улсын математикийн олимпиадын сүүлийн даваанд бодох 6 бодлогын нэгээр шалгарч ороод ирсэн. Бодлогын доод буланд байгаа А. Мекей /Mongolia/ гэсэн шошгийг үзээд багшийгаа бахархахын зэрэгцээ үгүй тэгээд тэр бодлогоо бидэнд ядаж зах зухаас нь гайгүй сайн хэлээд өгч болохгүй байсан юм болов уу гэж хүүхдийн гэнэн сэтгэлээр бодож байж билээ.

II. Зуслангийн хөршүүд.

Дал наяд оны үед МУИС-ийн багш нарын зуслан Хүрхрээгийн ам, бас Баянзүрхийн товчооны дээхэн талд байлаа. Багш профессорууд зуны дэлгэр цаг, байгалийн сайханд жилийнхээ алжаал ядралыг тайлж, гэр орноороо орж гарч, улсын баяраар 100 татдагсан. Мекей, Намжилдорж багш нар зуслангийн, гар бөмбөгийн багийн ахлагчид, сайхан ч тоглоцгооно. Өөр нэг ажиглагдсан зүйл бол зуслангийн орой бүр багш гэргийнхээ хамт цэнгэг агаарт алхана. Математикч маань ажил, амралтыг энэ мэтээр зохицуулж ирсэн учраас өдгөө ид залуухан 45-тай шиг л гялалзаж амжилт бүтээл нь ундарсаар явна. Талийгаач Кинашхан эгчийг дурсахгүй байж боломгүй байна. Олон таван үггүй, даруу, хариуцсан ажлаа л хийгээд сууж байдаг халамжтай хань, цэцгийн дэлбээ шиг таван сайхан хүүхдийн ээж байсан юм. Мекей багш залуу насандаа хань ижлээсээ салж ганц биеийн гансралыг энэ олон жил туулж явааг нь харахаар уг хүн нь сэтгэлийн их хаттай, өөрийгөө бодохоос илүү, үр хүүхдүүдээ, бусад хүмүүсийг боддог сэтгэлийн тэнхээтэй хүн юм даа гэж бодогддог. Ер нь багш маань уулзсан хэн хүнтэй, том бага гэж ялгахгүй уриалгахан сайхан яриа хөөрөө өрнүүлж, завсар хооронд нь толгойн орой руу орсон содон сонихон уг "чулуудаж", зөв зүйтэй санаа

өгч, ухаарал ойлгоц төрүүлж чаддаг хүн билээ. Мекей багшийн зөвлөмж сургаалиас: "Чиний дайсан чи өөрөө л байдаг, өөр хүнээс эрэх хэрэггүй", "хэрэв хүнд айсан гэж байдаг бол түүнийг чи өөрөө л бий болгосон байж таараа", "Бөөсөнд хутга гаргадаггүй", "Хуцсан нохой болгоны өмнөөс чулуу шиддэггүй", "хүнд хандахдаа чи өөрөө хүмүүсээс юу хүсдэг шигээ ханд", "Хүний алдахын учир нь мэдлэг туршлага нь дутах, мэдсээр байж үнэнийг хүлээн зөвшөөрч эс чадах, шуналдаа захирагдах, хэмжээнээс хэтэрсэн бүх зүйл хор болдгийг эс мэддэгээс болдог юм шүү дээ" гэх мэтийн сургамжтай үг хэллэгүүд нь амьдралд нэгийг бодогдуулж хоёрыг санагдуулж байдгийг хэлэх нь зүйтэй байхаа.

III. Мекей багш "физикч"

Наян хэдэн оны үе билээ. Физик, математик хоёр хамт нэг факультетэд, нэгэн дээвэр дор байлаа. Факультетийн хамт олны нэг удаагийн хурлын завсарлагаар физикч бидний дунд аливаа биетийн тайвны энергийг яаж суллаж авах, масс энергийн холбоог илэрхийлэх Эйнштейний алдарт $E=mc^2$ томъёоны талаар бяцхан маргаан өрнөөд орхисон юм даг. Тэхэд математикчдаас Мекей багш тэр ярианд оролцож маш сонирхолтой санаа хэлсэн нь одоо ч санаанаас гардаггүй юм. Мань хүн, бодисын тайвны энергийг тайлбарлахдаа: Амьдралдаа нэг ч удаа барилдаж үзээгүй их хүчтэй хүнтэй зүйрлэж байнаа. Ерөөсөө барилдаагүй юм бол түүний хүчийг хэн ч мэдэхгүй өнгөрнө л гэнэ. Маргалдагчид нь голдуу залуу багш нар байсан, биднийг ч бүр сэнхрүүлж өглөө. Нээрээ ч аливаа биетийг өөр нэгэн биеттэй мөргөлдүүлж, урвал задралд оруулж байж тайвных нь энергийн хожил гаргадаг болохоор багшийн энэ санаа зөв бөгөөд морь, бөхөөрөө зүйрлэн ярьж, ойлголцох дуртай Монголчуудад их таалагдсан юм. Ер нь Мекей багш факультетийн декан, дарга байхдаа физикчдийг ажиллуулж чаддаг байсан шигээ бас тэднийг дэмждэг, өөрөө ч физикийн шинжлэх ухааныг хүндэтгэдэг, физикт тун ч элэгтэй хүн гэдэг нь харагдаж байдаг юм. Сүүлийн жилүүдэд нилээд хүч хөдөлмөр гарган байж сургалтад нэвтрүүлсэн "Компьютерийн алгебр" гэдэг шинэ хичээлийг: "... Танай физикт тун хэрэгтэй шүү ..." гээд байгаа. Физикчид бид үүнийг анхаарах ёстой

байхаа. Мекей багш зүгээр нэг ойр зуурын юм дээр ажиллах, хэрэгтэй хэрэггүй юмаар оролдох хүн биш билээ. IY. Мекей багш билэг танхай эр Баян-Өлгий аймгийн Нийгэм эдийн засгийн судалгааны төвийн 15 жилийн ой болов. Хотоос Мекей багш, ШУТ-Сангийн захирал миний бие, ШУ-ны академийн нэг удирдлага бид гурав уригдан оролцов. Төрж өссөн нутаг нугандаа ирсэн болохоор Мекей багшийн сэтгэл мэдээж хөдлөлгүй яахав. Аймгийн захиргааны зааланд болсон цуглаан дээр нутаг усныхандаа мэндчилгээ дэвшүүлж сайн сайхан, болж бүтэж байгааг нь эхлээд ярьснаа сүүлдээ халуухан шүүмжлэл хэлж танхимыг доргиож орхилоо. Аймгийн удирдлагуудаас заримынх нь чих улайсхийгээд харц нь доошоо болж, зарим нь удалгүй тэнхимийг орхин одох нь анзаарагдав. Казахын ард түмний зарим хоцрогдлыг айхтар шүүмжиллээ. Зарим нэг хүн дургүйцэж ч байгаа бололтой. Мекей багш ер тоох юм алгаа, яриад л байна. Сүүлдээ бүр Казахаар ухуулж өглөө. Тэрхэн үед монголын баруун хязгаарт төрж өссөн миний хувьд сурагч ахуй насандаа цээжилсэн, казахын алдарт зохиолч Бабайн Ахтааны "Казах минь" гэдэг шүлэг санаанд орж, энэ Мекей багш ер нь Казахын билэг танхай эрчүүдийн нэг юм даа гэж бодогдож билээ. Б.Ахтааны тэр шүлэгт :

... Байхгүй юмыг байлган итгээд
Бурхан тэнгэр бүгдийг хайрлана гээд
Ууланд тэнэж хаданд бүтэхээс
Өөр ухаан суудаггүй юм уу дүү минь ...

гэсэн нэг айхтар бадаг байдаг юм. Багшийн олон түмэнд хэлсэн үг дотор нэг иймэрхүү утга санаа байгаад байх шиг санагдсан. Бас нэг зүйл тэхэд биднийг багагүй бишрүүлснийг хэлье. Юу гэвэл: Казахын ард түмэн маш зочломтгой. Мекей багш болон төвийн төлөөлөгч бидэнд Өлгийн албаны хүмүүс, ах дүү нар, найз нөхөд нь бүгд л урилга заллага өгч дайлж цайлж гарлаа. Бүтэн хоёр гурван өдрийн явдал боллоо. Бесбармаг, каз зэрэг үндэсний сайхан хоолуудаар дайлахаас гадна архи дарсаар нилээн шахаж байна. Бид хоёр Мекей багшийг сэм харж байгаад хөнтөрвөл нь хөнтөрчөөд л байлаа. Уул нь би бодохдоо бид арай залуу

юм чинь ард нь орж л таараа гэж додигор байсан юм. Тэгсэн чинь эхний өдрийн орой нэг маань сархаданд яваад өгчдөг байна шүү. Би тунаж үлдэж байгаа маягийн юм болоод явчихлаа. Хоёр дахь өдрийн үдээс хойхно, миний ч чадал суларч эхэллээ. Мекей багшийг харвал улам л цэцэн цэлмэг болоод орсон гарсан айл болгондоо ерөөл хэлээд, багачууд хүүхдүүдэд сургамж айлдаад, зоог, сархадыг хүртээд л яваад байх юм. Оройхон нь би яах аргагүй чөлөө гуйхад хүрлээ. Сархадыг дийлэхээ болилоо гэдэг үнэн өчгөө өгөв. Нэг ёсондоо "яваад өгсөн" хэрэг л дээ. Мекей багш маань маргааш нь үлдсэн ах дүү, айл хунараараа ороод орой нь зочид буудалдаа ирж: "За, та хоёр ч олигтой хань болж чаддаггүй, дүүрсэн ч нөхдүүд юм даа" гээд инээж байж билээ. Тэхэд нь бид хоёр Казахын ард түмэн ямар ч мундаг дайлдаг юм бэ, та яаж түүнийг нь давж гарч чадаж байнаа гэж эргэлзэх гайхах хоёрын дундуур асуугаад тавьчихсан чинь "Ходоодыг ч гэсэн хааяа хүмүүжүүлж байх хэрэгтэй байдаг юм шүү дээ" гэсэн санаанд оромгүй хариулт өгч ам таглаж байж билээ. Багшийн эрч хүч бие цогцсыг, төрүүлсэн аав ээж, Аллах бурханаас арай өөр заяасан юм шиг санагдсан. Эсвэл нөгөө, физикч бидэнд олоон жилийн өмнө сануулаад байсан биетийн тайвны энерги, масстай нь холбоотой байдаг ч юм болов уу? Эцэст нь хэлэхэд ийм л нэгэн гүндүүгүй сайхан эр, сурган хүмүүжүүлэгч эрдэмтэн багш хүн, хариуцуулсан ажлыг хийвэл хийсэн шиг хийчихдэг, архи зоогийг хүртвэл хүртсэн шиг болдог, ард олондоо хэлэхээ хэлчихдэг, багачууд залууст дууриалтай, ахмад настангуудад халамжтай хүн бол Мекей багш мөн билээ. Мекей багштай хааяа уулзан хөөрөлдөх бүрийд түүнээс эерэг сайн энерги цацарч, бие сэтгэл тайвшран, ухаан санаа уужрах шиг болж бас чиг нэг талын цөс хөөрдөг юм байлгүй, онгирох омгойтох сэтгэл хөдөлж, дөжгөж догдолж орхидогоо нуугаад яахав. Таны тухай хэдэн мөр чадан ядан тэрлэх энэхэн мөчид тэр л ментолит хөдөлж,:

Алтайн цаст оргилуудын нэгнээс ниссэн
Ангал хүрэн бүргэд нь Мекей багш Та билээ
Халхын үрсэд тоо заах заяатай төрсөн
Хатан Толбын халгиа цалгиа нь Та билээ

гэсэн мөрүүд сэтгэлд аяндаа орж ирлээ. Танд урт удаан нас-
лаж, бодож төлөвлөж яваа бүхнээ хийж гүйцэлдүүлэн, Монгол
орныхоо цэцэглэл хөгжилтөнд ихээхэн хувь нэмэр оруулахын өл-
зийтэй ерөөлийг өөд өөд нь өргөн дэвшүүлье.

МУИС-ийн профессор,
Шинжлэх ухаан технологийн сангийн захирал,
Шинжлэх ухааны доктор /Sc.D./ Х. Цоохүү

ДУРСАМЖ

А.Мекейг ФМФ-ийн Математикийн төгсөх ангид суралцаж
байсан жил би математикийн 1-р ангид элсэн орж суралцсан юм.

ЕБС-д сурч байхдаа би дандаа магтуулж бүх л зүйлийн тэр-
гүүн эгнээнд явж хэнээс ч зэмлэл сонсож байсангүй, үргэлж өөд-
рөг сэтгэгдэлтэй явдаг байлаа. Гэтэл оюутан болсны эхний үед
энэ байдал алдагдаж хичээлээ ч бүрэн ойлгохгүй, заримдаа про-
фессор багш нарынхаа ярьж хэлснийг ч тэмдэглэж авч чадахгүй
ёстой л хөл алдана гээч нь болж байлаа.

Даалгаврын бодлогоо бүрэн ойлгон бодож чадахгүй мөртөө
факультетийн оюутнууд дунд зарласан алгебрийн дугуйланд суу-
хаар очлоо. Дугуйланд оролцоход орос хэл дээрх сэтгүүлээс өгүү-
лэл уншиж бусладаа ярихаар болов. Ийнхүү орос хэл шамдан
сурах хэрэгтэйг ухамсарлав. Энэ дугуйланд А.Мекей гэдэг мун-
даг оюутан байлаа. Сүүлд нь санахад А.Мекей бие даан (ямар
ч хичээлд суугаа суугаагүйгээр) орчин үеийн алгебрийн нарийн
мэргэжлээр хичээллэдэг байжээ. Ийм мундаг гайхалтай сүрхий
оюутанг би өөр цөөхнийг сонссон доо. Ингээл би А.Мекей гэдэг
оюутнаас өөрийн ойлгоогүй хичээлээ асуух юм байна гэж шийд-
лээ. Гэтэл нэг өдөр оюутны оюутны байранд (одоогийн хичээ-
лийн 3-р байр) нөгөө А.Мекей чинь нэг хөөрхөн жижигхэн ца-
гаан охин дагуулсаар манай хажуугийн тасагт орж харагдлаа.
Тэр цагаас хойш А.Мекей түүний найз охинтой танилцаж гурван
"А"-ын бодлогоо асууж тайлбарлуулж хичээлээ заалгадаг болсон.
Ийнхүү би А.Мекейн шавь болсон юм. Бодлогуудаа бодож чад-
даг болоод ирэхээр сурах сонирхол урам ч нэмэгдлээ. Ингэж л

А.Мекей надад хариу нэхээгүй тусыг хүргэж миний бүх насны амьдралын замыг итгэлтэй урамтай болгоход тусалсан юм. Би үүнд үргэлж баярлаж явдаг.

Би А.Мекейтэй хамт багшлах, түүний удирлаган дор ажиллах зэргээр 45 жилийн турш эрдэм шинжилгээний болон багшлах ажлын амжилтыг сонсож тэр бүрт нь баярлаж түүний ажлыг өөдрөг байгаасай гэж ерөөж явдаг юм.

дэд профессор, доктор М.Дэнсмаа

БАСТЫК МУГАЛИМ

Мекей багшийг бид анх харсан нь одоогоос яг 31 жилийн тэртээ. Тэр цагт улсын математикийн олимпиадын дөрвийн даваа гэж Улаанбаатарт болдог байв. Олимпиад эхлэхийн өмнө бид мэтийн хөдөөнөөс ирсэн хөөсөн мантуунуудад консультаци өгөхөөр орж ирсэн идэрхэн насны махлагдуу цагаан хүн хожмын бидний багш, ирээдүйн академич байсан ажээ. 1977 онд математикийн I ангийн оюутан бид нарт Ү.Санжмятав багш алгебр, У.Доёд багш аналитик геометр, Ц.Лхамсүрэн багш анализ, А.Мекей багш олонлог, логикийн элементүүд гэсэн хичээл орж эхэлснийг санаж байна. Багш нар ер нь л бүгд самбарт их сайхан бичдэг, ойлгомжтой тайлбарлаж өгдөг, оюутнуудын идэвх сонирхлыг өрнүүлэхэд их анхаардаг байсан. Мекей багш тэр үед монгол хэлээр нэлээд акценттай ярьдаг, тэр нь нэг талаар бидэнд ихэд зугаатай, хөгжилтэй байх. Жишээлэхэд хавтгай дээр "сэг" авья, нэг "сэгээс" нөгөө "сэгт" хүрэхэд гэж ярих. Бид хоорондоо "чоно л үүр шөнөөр ингэж явдаг байхдаа" гэж шоолох маягтай. Одоо бодоход ирээдүйн замд хөтөлж, математикт "сэг" шахуу байсан биднийг ядаж "цэг"-тэй болгох гэсэн багшийнхаа ач тусыг ойлгохгүй, ёстой л "мөлхөө" ангийн "молокососнууд" байсан хэрэг. Хэл яриа гэснээс Мекей багш монгол хэлийг ямар ч монголоос дутуугүй сурсан төдийгүй сүүлдээ бүр хүний бичсэнийг заавал засах гэдэг хообийтой болсон билээ. Ер нь мань эр гадаадад бол монгол, Улаанбаатарт бол казах, Өлгийд бол халх хүн л дээ.

Биднийг багшилж эхэлж байх тэр үед математикийн бүх багш нар I байрны 209, 211 гэсэн хоёрхон умгар өрөөнд шахцалдан суух. Олуулаа учраас орчлон хорвоогийн бүх л сэдвээр яриа хөөрөө өрнөнө. Тэр нь мань мэтэд зурагт үзэж, радио сонсож, сонин уншаад ч олж мэдэхгүй их мэдлэг, мэдээлэл нэг ёсондоо амьдралын их сургууль байв. Санаж явахад хожим хэрэг болсон нь цөөнгүй. Ер нь манай багш нар тоо заахаас гадна хойч үедээ хэлж сургах, өвлүүлж үлдээх асар их үүцтэй улс. Ихэвчлэн Мятав багш ярьж бусад нь сонсоно. Яриан дунд өөрийн нь сайтар мэдэх юмуу ихэд таалагдсан сэдэв эхлэхээр Мекей багш вот именно гээд л ороод явчихна даа. Х.Шагдар гуай болохоор өөрийн үндсэн хөрөнгө бичгийн машин гэдэг компьютерийнхаа ард чимээгүйхэн инээж сууж байгаад дандаа л нохойтох. Зах зухаас нь өмнө бичиж л байсан даа. Гэхдээ алийг хэлж барах вэ. Заримдаа бүр ойлгож уншихад оньсого таахтай адил зүйл бичиж орхих. Ямар сайндаа л Мятав багш самбар уруу харж харж "ҮС АМ ПЭ па" гэнэ үү энэ Ла золиг юу бичсэн шүү ухаантай юм бол гэж суухав. Тэр нь Ү.Санжмятав, А.Мекей, П.Энхболд нар паспортаа авчир гэсэн зарлал байж билээ.

Мекей багш бол нөр их хөдөлмөрч, дэргэдэх хүмүүсээ бас тэгж ажиллаасай гэж боддог хүн билээ. Насны залууд аль болох их зүйл амжуул гэж байнга захиана. Өөрийн биеэр үлгэр үзүүлнэ. Хадаастай сандал дээр сууж байгаагаа ямагт санаж яв, семинар бол багш хүнийг "амьд" байлгах хамгийн гол арга, бяр чадлаа оюутанд бус шинжлэх ухаанд гарга гэж үргэлж ярина. Тэрээр хүмүүсийн анхаарлыг өөртөө татаж чаддаг, өвөрмөц сонирхолтой хэллэг, зүйр цэцэн үг, жишээ баримт татаж ярьдаг, илтгэх урлагийг шаггүй эзэмшсэн нь нэг талаас өөрийгээ байнга дайчилж, шургуу хөдөлмөрлөдөг, нөгөө талаас олон жил даргын ажил хийж олон, цөөн хүний өмнө ярих хэрэгцээ байнга гардаг байсных болов уу. Муна нь хүчтэй бол эсгийгээр гадас шааж болно гэх мэтийн сонин сонин юм ярих. Гэрт нь лав өдөр бүхэн сөхөж хардаг өвөрмөц хэллэг, хэлц үгийн толь байдаг гэдэгт мөрийцсөн ч болох байна.

Физматын декан байхдаа бид хоёрыг дараалан факультетийн

эвлэлийн хорооны дарга гэдэг "лайтай" ажилд тавьж, "үйлийг маань үзэж" байв. Үзэл сурталжсан нийгмийн үе учраас элдэв ажил нь барагдахгүй, болж өгвөл салахын түүс л байсан даа. Гэтэл Мекей багшид хэлэхээр чөлөөлөх нь байтугай улирааж байсан юм даа. Оросуудын "нет худа без добра" гэж хэлдгээр ажилд нухлагдсаны хүчинд юм юм л сурсан билээ. Тухайн үед энэ ажлыг хийж байсан одоогийн БСШУЯ-ны П.Батренчин доктор, физикийн профессорууд С.Батхуяг, Г.Хүүхэнхүү, Ч.Баярхүү, М.Цогбадрах нарын хэн нь ч гэсэн одоо ингэж бодож явдаг байхаа.

Мекей багшийн хувьд дэлхийн аль нэг нэртэй том сургуульд бус харин зөвхөн Монголдоо сууж, хичээл заах, семинар явуулах, дарга хийх ажлынхаа хажуугаар докторын диссертаци бичнэ гэдэг түүнээс асар их тэвчээр, хөдөлмөр шаардсан нь ойлгомжтой. Бид алгебрын мэргэжилтэй биш учраас хийсэн, бүтээснийг нь хэлтлэх байтугай, ойлгох ч үгүй. Харин МГУ-д шинжлэх ухааны докторын зэрэг хамгаалах үеэр нь жинхэнэ ойлгодог, мэддэг хүмүүс Мекей бол энэ чиглэлээр дэлхийд эхний гуравт жагсах эрэмбэтэй эрдэмтэн боллоо гэж хэлэхэд нь Монгол гэдэг нэрийг ертөнцийн чихнээ дуурсгах хувьтай багшдаа үнэхээр бахархан баярлаж, самсаа шархирч байсан сан. Монголд ч том эрдэмтэн гэдгийг нь хүлээн зөвшөөрдөг юм билээ. Гурван жилийн өмнө ШУА-ийн жинхэнэ гишүүдийг сонгох сонгуульд Мекей багш хамгийн өндөр санал авсан нь үүний нотолгоо юм. Ер нь ч өмнө нь Ц.Жанчив, Д.Доржготов, О.Төмөртоогоо гээд хэсэг академич цуглаад ярьж байхад л "ногоон гэрлээр" гарах нь тодорхой байсан л даа.

Хэнтэй ч яриа хөөрөөтэй, уувал ч уучих, дуулбал ч дуулчих, багаасаа барилдсан бол бас ч юм дуулгаж мэдэх, Бахатын харцагаас ч өндөр цолонд хүрсэн байж болох энгүүн сайхан энэ хүний тухай хамгийн товчоор өгүүлэхэд ийм ажгуу. Олон горхи нийлээд гол мөрөн болдгийн адилаар багш нь, шавь нь, найз нөхөд нь гээд олон хүн түүнийг багш, эрдэмтэн, декан, дэд захирал, албаны дарга, гавьяат, академич ... гээд тал талаас нь "задлан шинжилж" бичсэн зүйлүүд нийлээд энэхүү том хүний жижиг ч атугай хөргийг бүтээх буйзаа.

Багштан танд урт наслаж, улам ихийг бүтээхийн ерөөл талбияа.
Сизге Аллахтын нуры жаусын.

Бчүүхэн шавь нар Р.Ринчинбазар, Л.Хадхүү

ХҮИИ жарны гал гахай жилийн хаврын адаг
сарын шинийн нэгэн. Хар морь өдөр.

Анд нөхөр Академич А.Мекей

Миний бие Абишийн Мекейгийн ажил амьдрал, амжилт бүтээлийг мэдэхгүй байхын аргагүй билээ. Бид хоёр 1959 онд МУИС-ийн Физик математикийн факультетэд элсэн суралцаж /А.Мекей математикийн ангид, миний бие физикийн ангид/ төгсөөд мөн факультетдээ багшаар томилогдон үлдэж /А.Мекей Алгебр-геометрийн тэнхимд, миний бие Ерөнхий физикийн тэнхимд/ арваад жил ажилласны дараа Москвагийн УИС-д /А.Мекей 1973 онд Механик-математикийн факультетийн Дээд алгебрын тэнхимд алгебрын мэргэжлээр, миний бие 1974 онд Физикийн факультетийн Биофизикийн тэнхимд биофизикийн мэргэжлээр/ физик-математикийн ухааны дэд докторын зэрэг тус тус хамгаалж тухайн мэргэжлийн салбаруудын хувьд өөрийн орны анхны эрдэмтэд нь болж байлаа. Бид 1970-аад оноос өөр өөрсдийн чиглэлээр мэргэжилтэн бэлтэж эхэлсэн нь алгебрын ба биофизикийн шавь сургуулиудын эхлэл болсон юмаа. Мөн А.Мекей бид хоёр Физик-математикийн факультетийн деканы албыг дараалан хашиж байсан ба 1992 онд Эрдмийн зэрэг цол олгох Улсын дээд комиссын шийдвэрээр профессор цол хүртэцгээж байлаа.

Энэ бүхнийг юу гэж энд бичээд байгаа юм бэ, өөрийгөө магтах гээд байгаа юм уу гэж хүнд бодогдож болох юм. Тэгвэл огт тийм зорилго тавиагүй бөгөөд гагцхүү өөрийгөө А.Мекейтэй тавь шахам жил нэг сургуульд хамт ойр дотно ажиллаж байгаа бие биеэ мэдэх болсон хүмүүс гэдгийг л хэлэх гэсэн хэрэг юмаа. Цааш нь ч бичвэл бас бичих юм бий.

Ингээд Академич, Монгол улсын гавьяат багш Физик-математикийн шинжлэх ухааны доктор, профессор А.Мекейгийн талаарх хувийн бодол сэтгэгдлээсээ заримыг нь бичье.

Нэгдүгээрт, Академич А.Мекей бол дэлхийд данстай нэрт эрдэмтэн судлаач мөн. Тэрээр гадаадын олон эрдэм шинжилгээний байгууллага, сургуулиуд, тэдгээрийн эрдэмтэдтэй нягт холбоотой ажилладаг бөгөөд, алгебрын судалгааны салбарт дэлхийн түвшиний мэдлэг чадвартай, эрдэмтэн юмаа. А.Мекей олон улсын хэмжээний олон хурал зөвлөлгөөнд оролцон илтгэл тавьж хэлэлцүүлж байсны гадна олон улсын хэмжээний хэд хэдэн хурал, семинарыг эх орондоо зохион байгуулж байлаа. Академич А.Мекей үр бүтээлтэй ажиллаж гадаад дотоодын хэвлэлд 150 гаруй бүтээл нийтлүүлж, алгебрын судалгааны шавь сургууль хөгжүүлж, улс орондоо шинжлэх ухааны нэг чиглэлийг үүсгэн хөгжүүлсэн, дээд болон ерөнхий боловсролыг хөгжүүлэхэд оруулсан хувь нэмрээрээ Монголын Шинжлэх Ухааны Академийн жинхэнэ гишүүн хэмээх хүндэт цолыг хүртсэн эрдэмтэн хүн юм...

Хоёрдугаарт, Монгол Улсын гавьяат багш А.Мекей нэрт сурган хүмүүжүүлэгч, жинхэнэ багш хүн. Мекей багш олон төрлийн хичээл зааж, оюутнуудыг дагуулан сургаж, их, дээд сургууль, ЕБДС-ийн олон сурах бичиг ном бичснийг олон түмэн мэднэ. Түүний дагуулсан эрдэм шинжилгээний ажил хийлгэсэн олон шавь нар нь улсын хэмжээний уралдаануудад тэргүүн байр эзлэж байсан. Тэдний дотроос Ц.Дашдорж, Р.Гончигдорж, С.Төмөрбат нарын нэртэй эрдэмтэд төрснийг мэдэх юм. Тэрээр аль 1960-аад оноос математикийн олимпиадад сурагчдыг бэлтгэх, бодлого зохиож олон улсын олимпиадад дэвшүүлж байсныг мэдэх бөгөөд тэр нь физикчдэд үлгэр дууриал болж байлаа. За тэгээд түүний элсэгчдэд зориулан Монгол Улсын Гавьяат багш Л.Өвгөн болон шавь нартайгаа хамтарч бичсэн номоор олон сурагчид маш олон жил элсэлтэнд бэлтгэсэн юм. Энэ бүх хөдөлмөрөөрөө Мекей багш монголын тун ч олон мянган сурагчдын шууд бөгөөд эчнээ багш нь мөнөөс мөн дөө. Мекейгийн нэрийг сонсоогүй сурагч 1970-аад оноос хойш бараг л байхгүй болов уу. Иймээс ч Мекей Монгол Улсын Гавьяат багш цол хүртсэн юм.

Гуравдугаарт, Академич А.Мекей бол олон түмнийг манлайлагч туршлагатай удирдан зохион байгуулагч хүн мөн. Тэрээр МУИС-ийн эрдэм шинжилгээ эрхэлсэн Дэд захирал, Декан, Магистр докторын сургалтын албаны эрхлэгч, Математикийн хүрээлэнгийн захирал зэрэг ажилд 1978 оноос хойш тасралтгүй одоо хүртэл зүтгэж, Монголын багш нарын 5-р их хуралд төлөөлөгчөөр сонгогдон оролцож, МУИС-ийн намын хорооны товчооны гишүүнээр 3 удаа сонгогдож байсныг санаж байна. Мөн физик-математикийн эрдмийн зэрэг хамгаалуулах зөвлөлийн нарийн бичгийн дарга, Математикийн ухаанаар эрдмийн зэрэг хамгаалуулах зөвлөлийн гишүүн, дарга, их сургуулийн захиргаа, эрдмийн зөвлөлийн гишүүн, ШУА-ийн Их чуулганы жинхэнэ гишүүн гэдгийг мэдэх юм.

Дөрөвдүгээрт, А.Мекей бол мэдээлэлийн үнэ цэнийг бие сэтгэлээрээ мэдрдэг, ашигтай мэдээллийн төлөө алтан цагаа зарцуулж чаддаг хүн болох нь олон зүйл дээр харагдаж байдаг юм. Аливаа хүний авах мэдээллийг тухайн хүний нарийн мэргэжлийн мэдлэг мэдээлэл, ажиллах амьдрах ухааны ерөнхий мэдлэг мэдээлэл гэж хоёр хувааж үзэх юм бол А.Мекей академич нь мэргэжлийн мэдээллийг мэдээллийн техник технологийн орчин үеийн түвшний хэмжээнд бүрэн хүлээн ач ашигладаг гэдгийг бид бүхэн мэднээ. Харин ерөнхий мэдлэг мэдээлэл буюу ажиллах амьдрах ухааны мэдлэг мэдээллийг өвөрмөц хэлбэрээр олж авдаг болох нь харагдаад байдаг юм. Түүнээс нэгэн жишээг нь дурьдахад А.Мекей хүний үгийг тэвчээртэй сайн сонсож чаддаг, хүнд санаагаа гарамгай сайн ойлгуулж чаддаг онцлогтой. Энэ ч чанараараа олон хүнээс их зүйлийг сонсож сурч авсан, олон хүнд ялангуяа оюутан залуучуудад их зүйлийг сургасан хүн гэж боддог. Профессор Л.Шагдар, Ү.Санжмятав, Д.Шагдар, Х.Гэндэнжамц, академич Н.Содном, профессор Д.Батсуурь, Д. Чүлтэм зэрэг манай бүх ахмадуудтай ойр дотно харьцаатай байж тэднээс ихийг сурч авсан нь үг яриа үйл ажиллагаанаас нь харагдаж байдаг юмаа. А.Мекей олон газрын, янз бүрийн мэргэжлийн хурал зөвлөлгөөн уулзалт ярилцлаганд үргэлж идэвхитэй оролцож, өөрийн санал бодлоо хэлж, аливаа арга хэмжээг өндөр үр өгөөжтэй бол-

гоход үлгэр жишээчээр хандаж байдаг юм.

Тавдугаарт, Академич А.Мекей бол түмний ачтай багш, олны сайн нөхөр, хүний сайн хань, хүүхдийнхээ сайхан ааваас гадна өөрөө өөрийнхөө сайн нөхөр, өөрөө өөрийнхөө удирдагч, өөрөө өөрийнхөө сайн туслагч мөнөөсөө мөн. Хүнд дайсан гэж байдаг бол тэр дайсан нь өөрөө л байдаг. Ер нь хүн залхуурч өөрийнхөө амжилтыг өөрөө хойш нь татдаг, өөрөө өөрийгөө дутуу үнэлж хийж чадах ажлаа хийхгүй цаг алддаг юм. Тэгвэл Мекей бол энэ бүхэнд эерэг талаас нь ханддаг хүн гэж би боддог. Үүний баталгаа нь гэвэл Академич А.Мекейгийн сургалт судалгаа, удирдлага зохион байгуулалт, хүмүүжил олон нийтийн ажиллагааны өргөн цар хүрээ, тэдгээрийн амжилт бүтээлүүд болон Мекейгийн хамт олны доторх нэр хүнд, түүний хашиж байгаа албан тушаалууд, хүртсэн хэргэм цолууд нь мөнөөс мөн билээ.

Академич А.Мекейдээ Ардын багш цол хүртэх андын ерөөл дэвшүүлэе.

Монгол Улсын Гавъяат багш,
доктор, профессор Т.Гун-Аажав

ИХ МӨРӨН ДӨЛГӨӨН (ДУРСАМЖ - ХӨРӨГ)

Хүлэг морин дэлээрээ...
Хүний хүү эрдмээрээ гайхуулна
Абай Кунанбаев

Удахгүй манай кагах түмний үндэсний баяр болно. Үүнтэй холбогдуулж эрдмийн уурхай болсон МУИС -д нэг дор цуг ажилладаг мэргэжил нэгт математикч "анд", казах монгол түмний авъяас билэгт хүү, Монгол Улсын гавъяат багш, академич, доктор, проф. А. Мекей багшдаа "наурыз"-ын баярын мэндчилгээ дэвшүүлэнгээ ... үзэг цаас нийлүүлэхийг үүргээ[н] гэж үзлээ.

Одоогоос гучин хэдэн жилийн тэртээ миний бие Баян - Өлгий аймгийн төв - Өлгий хотын дунд сургуульд сурч байсан үе юмсан. Нэг өдөр газарзүйн багш маань орж ирээд хичээлээ эхлэхийн

өмнө "... Өнөөдөр би туйлын баяртай байна. МУИС -д багшилдаг миний төрсөн дүү А. Мекей маань дэлхийд алдартай Москвагийн Их Сургуульд физик - математикийн шинжлэх ухаанаар эрдмийн зэрэг хамгаалж, дэд эрдэмтэн болсныг сая дууллаа" хэмээн ихэд догдлонгуй ярьсныг тодхон санаж байна.

А. Бөтөш багшийн тэр бяцхан гоё мэдээллээс балчир насны сурагч би бээр "Тээр тэнд Улаанбаатарт Монгол Улсын Их Сургууль байдаг, цаана байгаа Москвагийнх бол бүр том ... тэдгээрт очвол эрдэмтэн болдог, эрдмийн зэргийг хамгаалж авдаг ... манай багшийн дүү маш мундаг ... гэхчилэнгийн мартагдашгүй маргашгүй үнэн зөв төсөөлөлтэй үлдэж хоцорсон байсан юм. Харин хөдөөний бор банди би өөрийгөө хожим том болоод энэ бүх зам мөрөөр явна, бүр эрдэмтэн багш А. Мекейтэй нэг байгууллагад нэг дор хамт ажиллана, нэгэн салбарт хамтран хүчин зүтгэнэ хэмээн яахин бодох билээ л.

Монголын нийгэм ихээхэн донсолгоонтой байсан цагаан морин жилд буюу 1990 онд би Эрхүүгийн Улсын Их Сургуульд хэрэглээний математикаар эрдмийн зэрэг хамгаалж ирээд МУИС-Сургуульд багшилж эхэлсэн чухам тэр үеэс эхлэн А. Мекей багштайгаа бид ойр дотно танилцаж, улмаар тэнхимийн болон төслийн ажил, сургалт судалгаа, эрдэм шинжилгээ, математикийн хүрээлэн, олон улсын хурал, их семинар ... зэрэг олон чигт ажил асуудлаар нягт хамтран ажиллаж, ихэнхдээ энэ эгэл сайхан хүний заавар зөвлөмжөөр явж ирсэн байдаг юм.

А. Мекей багшийн аж амьдралаас арвин замналаас ажиглаж мэдсэн сургамжтай сайхан зүйл надад тун олон бий. Юун түрүүнд тэрээр нөр хичээнгүй хөдөлмөрч, туйлын чин шударгуу, зарчимч, бусдад тусархаг хүн гэдгийг хэлэх ёстой. Эрдэм шинжилгээний өгүүлэл бичих, ном бүтээл туурвих, сурах бичиг зохиох, тэнхим салбар тэргүүлэх, хурал зөвлөлгөөн удирдах, их семинар зохион байгуулах, математикийн нийгэмлэгийн ажил, магистр докторантурын сургалт, мэргэжлийн салбарт гадаад харицлааг бэхжүүлж олон улсын хамтын ажиллагаа өрнүүлэх ... гээд түүний хариуцаж байсан ... байгаа ажлыг тоолж барамгүй санагддаг. Би нэгтээ түүнээс "... энэ бүх ажлаа хэдий завандаа

аяж сайхан амжуулж байна аа, би гэдэг хүн ганц тэнхимийн ажлаа ч хумиж дийлэхгүй шахуу сандарч тэвдэж байхад ..." гэхэд тэр "аяж ийгээд болгохын төлөө явах хэрэгтэй" хэмээн аргагүй л ах зах хүний намба жудаг ёсоор надад найрсаг элгэмсүү зөвлөж байж билээ. Тийм ээ, тэрээр үнэнхүү хөдөлмөрч нэгэн бөгөөд энэ нь түүнийг хэв шинжийг тодорхойлох нэг үндсэн сэжиг юм. Гэхдээ зөвхөн нэг нь.

"Сайн бөх хоёр талдаа[н] барилдаанч" гэдэгчилэн манай А. Мекей багш бол үнэхээр маш олон талтай тун ч их түшигтэй хүн. Амжилт бүтээл, алдар хүндийн эзэн болсон Монгол Улсын гавъяат ... энэ эрхэм эрдэмтний ажил үйлсийг аль болох олон талаас нь авч үзэж байж сая түүний үнэн бодит хөрөг дүр бүрэн гүйцэд тодорч гарч ирэх учиртай. Үүнийг гүйцэлдүүлэх нь, үнэн хэрэгтээ надаас хэтийдсэн даалгавар бөгөөд гагцхүү багшийгаа хүндлэх, түүгээр бахархах нэгэн үзүүрт сэтгэлдээ хөтлөгдөн би "сайн хүний ... сайхан хүмүүний тухай хүүрнэхэд сэтгэл ариусдаг" хэмээсэн эртний үг сургаалыг дагах гэж чадан ядан мунгинаж суугаа маань энэ буюу.

- Юуны өмнө манай А. Мекей багш бол монголын нэрт эрдэмтэн, алдарт сурган хүмүүжүүлэгчдийн нэг ээ. МУИС-д багшилж эхэлмэгцээ тэрээр эрхэлсэн ажлынхаа төлөө чин сэтгэлээсээ зүтгэж ирсэн, мянган түмэн шавь төрүүлсэн "жинхэнэ гавъяат" багш бөгөөд ялангуяа "өгөдөл" сайтай шинэ залуу судлаачдыг билгийн нүдээрээ их эрт танин, авъяас юуг нь хөгжүүлж, хөхүүлэн дэмжиж улмаар тэднийг дэлхийн тавцан дээр гаргасаар ирсэн манай нэрт эрдэмтэн, сурган хүмүүжүүлэгч юм.

Монголын ерөнхий боловсролын сургуулийн хүртэлх бараг бүх шат (V - X анги) -ны болон их дээд сургуулийн математикийн нарийн мэргэжлийн олон арван сурах бичиг чухамхүү түүний гараас гарсан байдаг ганцхан жишээг дурсахад багшийн маань "who is who" гэдэг аандаа харагдана.

Тэрээр 40 -өөд жилийн тэртээгээс монголд орчин үеийн алгебрын "цагаригийн онол" -ын чиглэлийг үүсгэн хөгжүүл-

сэн, улсдаа анх удаа алгебрын мэргэжлийн шавь сургуулийг санаачилан байгуулж, өөрийн гараас дэлхийд нэр данстай Ц.Дашдорж, Р.Гончигдорж, С.Төмөрбат, Б.Батцэнгэл нарын ... зэрэг олон олон шилдэг мэргэжилтнүүдийг төрүүлсэн гарамгай сайн сурган хүмүүжүүлэгч ээ.

А. Мекей профессор Монголын математикийн олимпиадын Хорооны гишүүнээр 25 жил ажилласан, мөн 5 жил тус Хорооны дарга, Олон улсын математикийн олимпиадын Жюрийн гишүүн байсан. Түүний зохиосон олон сайхан бодлого Олон улсын математикийн олимпиадын сүүлчийн даваанд орох болзлыг ханган шилэгдэн сонгогдож байв. Энэ мэтчилэн түүний үүрч дүүрч ирсэн ажил алба, анхаарч ажиллаж ирсэн алив чиг үүргийг нэгд нэгэнгүй тоолж тоочно гэвэл дуусашгүй.

Монголын төр засаг А. Мекей багшийн он удаан жилийн хөдөлмөр зүтгэл, олон талт сурган хүмүүжүүлэх их үйлсийг өндрөөр үнэлж, түүнд "МОНГОЛ УЛСЫН ГАВЪЯАТ БАГШ" цол хайрласан нь чухамхүү нүдээ олсон шагнал гэж бодогддог.

- Академич, доктор, профессор А. Мекей бол мэргэжлийнхээ чиглэлээр 150 гаруй бүтээл туурвиж гадаад дотоодод нийтлүүлсэн, нэр нөлөөгөөрөө олон улсын хэмжээнд бүрэн танигдсан, математикийн салбарын ховор гаршууд мэргэжилтэн нэрд гарсан эрдэмтэн юм. Тэрээр монголын түүхэнд гарсан математикийн шинжлэх ухааны долоон доктор (Sc.D) -ын анхдагчийн нэг бөгөөд, монголоос, дэлхийд алдартай Москвагийн Их Сургуульд физик - математикийн чиглэлээр 2 удаа эрдмийн зэрэг хамгаалсан "онцлог нэгэн үзүүлэлт" -ийн эзэн билээ. МУИС -ийн доктор, профессор, нийтэд, нийгэмд хүлээн зөвшөөргдсөн эрдэмтнийхээ хувьд тэрээр Монгол Улсын ШУА -д академичээр сонгогдон он удаан жил идэвх зүтгэлтэй үр бүтээлтэй ажиллаж байна.
- А. Мекей багш бол авъяаслаг зохион байгуулагч, "төрөлхийн" гэж хэлж болмоор удирдан манлайлагч хүн. Тэрээр

хувь заяагаа эрдмийн их уурхай Монгол Улсын Их Сургуультай анхлан холбосон тэр үеэс өнөөдрийг хүртэл дандаа "дарга хийж", тэнхимийн эрхлэгч, декан, проректор, магистр докторантурын сургалтын албаны дарга, Математикийн хүрээлэнгийн захирал, Монголын математикчдын нийгэмлэгийн Ерөнхийлөгч ... гээд томилгоот болон сонгуульт олон төрлийн удирдах ажлыг гучин хэдэн жил тасралтгүй хийж ирсэн байдаг юм. А. Мекей багш одоо ч даргалах удирдах үүрэг функц 3 - 4 албан тушаал хавсарсан хэвээр гялалзаж явна. Естой л даргын одонд төрсөн хүн ийм сайхан эрчимтэй байдаг байх гэж атаархмаар бахархмаар аа. Бидэнд, ялангуяа шинэ залуу үеийнхэнд энэ их хүнээс суралцах зүйл их бий гэж бодогддог. Шилжилтийн үеийн нийгэмд тохиолддог мөнгө санхүүгүйн түгээмэл үйлчилгээт бэрхшээлээс үүдэн ялангуяа төрийн ... төсвийн байгууллагууд хүнд байдалд орсон түүхэн эгзэгтэй цаг үед Монголын ШУА -ийн математикийн хүрээлэн ч тарж бутрахдаа хүрч сандарч тэвдэж байв. Аз болоход А. Мекей гэдэг хүн "таарч" түүнийг авч гарсан түүхтэй. Эдүгээ эл хүрээлэн зөвхөн хүний нөөцийн төдийгүй эдийн засгийн чадавхийн хувьд ч бэхжин, судалгаа шинжилгээний ажлыг дэлхийн түвшинд хийдэг мэргэжлийн байгууллага болж хөл дээрээ баттай зогссон нь энэ хүний хөдөлмөрч нөр хичээнгүй зүтгэлтэй шууд холбоотой. Нэг үе санхүүгийн талаасаа дампуурлаа зарлахад бараг бэлэн болоод байсан Монголын математикчдын нийгэмлэгийг академич А. Мекей аанай л мөн толгойлох болсноор тус нийгэмлэгийн хэвийн жигд үйл ажиллагаа хангагдаж тогтворжсоныг би мэдэх юм. Өнгөрсөн 2006 онд тус нийгэмлэгээс санаачлан зохион байгуулсан "Дэлхийн математикийн олон улсын хурал - 2006" зохион байгуулалтын өндөр дээд хэмжээнд амжилттай явагдаж өндөрлөсөн нь үүний илтгэх нэгэн жишээ мөн болов уу.

- Проф. А. Мекей бол ихээхэн санаачлагчлагатай эрдэмтэн. "Эрдэм шинжилгээний семинарыг тогтмол чанартай зохион байгуулж байх нь залуу эрдэмтдийг өсгөж хөгжүүлэхэд ихээхэн

хэн чухал үүрэгтэй" хэмээн тэрээр нэгэн ярилцлагадаа онцлон тэмдэглэсэн нь бий. Хэлсэн л бол тэр хийнэ, хэрэгжүүлнэ. Энэ нь түүний санаачлан зохион байгуулагч зан чанартай холбоотой. А. Мекей багшийн ач буянаар МУИС-ийн дүрэмд Их семинарыг тогтмол чанартай зохион байгуулж байх тухай" онц чухал заалт орсон нь түүний гаргасан санаачилга цааш цаашид хэлбэрэлтгүй хэрэгжих эрх зүйн баталгааг нөхцөлдүүлжээ. Тэр аливаа асуудлыг ийн төгс шийддэг. Мекей багшийн "эрдэмтэн хүн заавал мэргэжлийн семинар зохион байгуулах үүрэгтэй" гэж хэлж зөвлөсөнийг миний бие хир чинээгээрээ мөрдөж ажиллахыг хичээж явна.

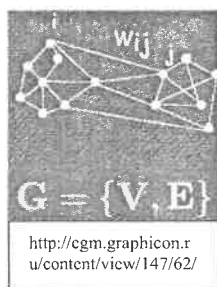
- А. Мекей багш хүнтэй маш нөхөрсөг зөв харьцдаг, эгэл даруу, хэн хүнд тусархуу, нэр хүнд нөмөр нөөлөг ихтэй, ямагт залуучуудыг дэмжиж тэдэнд итгэл хүлээлгэж ажилладаг ... зэрэг нь түүний амжилтын нэг "нууц" юм болов уу гэж бодогддог. Ер нь би өчнөөн жил хамт ажиллахдаа А. Мекей багшийг нэг ч удаа уурлаж уцаарлаж, бухимдаж тэвдэж, дуу шуугаа өндөрсгөж байхыг үзээгүй. Хаанаас нь ч харсан тэр нэг их дөлгөөн тайван гэгээлиг төрхтэй. Ёстой л нөгөө "эрдэмтэн хүн даруу их мөрөн дөлгөөн" гэдэг чухамхүү түүнд зориулагдсан үг шиг ээ ...
- А. Мекей багш цаг үетэйгээ үргэлж цуг явдаг хүн. Аль тэртээ 80 -аад онд зөвхөн орос хэлээр хязгаарлагдахгүй англи сурахын ач холбогдлыг залуучууд бидэнд чухалчлан хэлж захидаг байсан нь "үнэн бөгөөд үнэтэй үг" байж. Орос шkolтой дунд үеийн төлөөлөгч би хүртэл халтар хултар англитай болчихсон цохиж яваа нь чухам тэрхүү үг зөвлөмжийн үр шим гэж би хэлнэ. А. Мекей багш хүний дутагдлыг нүүрэн дээр нь ил цагаан хэлдэг шулуун шударга хүн билээ. Тэрээр миний "түргэн түүхий зан, хүнтэй харилцах арга барилыг нэг бус халуун оргитол хатуухан шүүмжилж байсан нь одоо бодоход надад тун хэрэг болсон байдаг юм.
- А. Мекей багш бол гүн сэтгэгч хүн юм. Тэгээд ч тэр байх,

ер нь түүний амнаас унасан үг бүхэн жинтэй тусдаг. Тэр "ухаантай хүн урагшлан хөгжих тусмаа жижгэрдэг, тэнэг хүн дэвших тусмаа томордог" гэж сургадаг билээ. Энэ нь, магадгүй түүний аж амьдралдаа дагаж мөрддөг философи - зарчим нь гэж би ойлгодог. Бүх шинжлэх ухааныг нэгэн их дөлгөөн мөрөн хэмээвээс түүний нэг эрэг нь математик, нөгөө эрэг нь философи юм гэж би хаа нэгтээгээс уншсан санагдана. Манай багш академич Абишийн Мекей бол нэг талаасаа гайхалтай сайн математикч, нөгөө талаасаа асар их нигүүлсэнгүй үзэлтэй, гэгээрсэн, бурханлиг ... философич хүн учраас би түүнийг саяын өгүүлсэн их мөрөнтэй адилтган зүйрлэсэн маань ийм учиртай юм.

Эцэст нь, Монгол Улсын Гавъяат багш, академич Абишийн Мекей гуай бол "АРДЫН БАГШ" -ын рангтай, уулаар бол, монголын боловсролын салбарын "буурал тэргүүнт нэгэн их ноён оргил, усаар бол, ... өнө холыг зорьсон өргөн дөлгөөн их мөрөн" мөнөөс мөн гэдгийг зориуд энд тэмдэглэн хэлмээр байна. Болтугай!

Математикийн шинжлэх ухааны доктор (Sc.D),
профессор Р. Энхбат

ХҮҮХЭД ҮЕИЙН ХАЙРЦГАН СЭТГЭЛГЭЭГ ЗАДАЛСАН СУРГАЛТЫН САРУУД



Хүн өөрийгөө ухаантай, эрдэмтэй гэж хааяа бодох үедээ энэхүү мэдлэг нь "Дархан хүний бурхан ухаант" багшаас шүү гэдгийг санадаг билээ.



Надад ч хааяа ийм бодол төрдөг бөгөөд миний мэдлэг чадвар яа-

хын аргагүй Монгол Улсын Их Сургууль (МУИС)-ийн багш нараас, тэдний заасан номоос эхтэй гэж энэ сургуулийн хамт олонтой эрдмийн нэгэн ханан дотор, ойр хамтран ажиллах болсон цагаасаа хойш заримдаа боддог болсон. Энэ сургуулийг төгсөөгүй байж яагаад гэж надаас асууж магад. Бүрэн дунд сургуульд надад физик, математикийн хичээл заасан, ийм эрдэмд эргэлт буцалтгүй хөтөлсөн багш нар маань МУИС төгсөгчид байлаа. Миний бие Булган аймгийн төвийн одоогийн Нэгдүгээр дунд сургуульд суралцах хугацаандаа 7 дугаар ангиасаа эхлэн он дараалан аймагтаа математикийн уралдаан, тэмцээнд бүрт тэргүүн байранд шалгардаг муугүй сурагч байлаа, бүрэн дунд сургуулиа "Алтан медаль"-тай ч төгслөө. Ангийн багш, бас математикийн багш - Б.Жүгдэр багш маань МУИС төгсөгч бөгөөд математикийн олимпиадад бидний хэдэн хүүхдийг бэлтгэсэн, математикийн арга ухааны "Цагаан толгой" заасан, бидний үргэлж дурсан өргөмжлөх хүндэт багш маань билээ. Тэр цагийн 10 жилийн дунд сургууль төгсөх жилээ Монгол улсын Ерөнхий боловсролын сургуулиудын дунд үндэсний хэмжээнд зохион байгуулдаг Математикийн улсын олимпиадад Булган аймгаас шалгарч оролцох аз бас тохиосон. Эдгээр баримтыг дурсахын учир нь би өөрөөрөө гайхуулах гэж биш, математикийн багш нараараа бахархах гэсэн сэтгэлийн тайлбар өмнөтгөл үгс, тухайн үеийн, тодруулбал, 1960-1970-аад оны дунд сургуулийн багш нарынхаа, тэгэх тусмаа МУИС төгсөгч физик, математикийн багш нарынхаа ур чадвар, сэтгэл зүтгэлийг дурсан хүндэтгэхийн тулд юм. Онц сурлагатан байсан минь миний сайных биш, багш нарын минь эрдэм шавьдаа хүрдгийн жишээ гэж хэлэх гэсэн санаа юм. Энд илүүтэй хүндэтгэлтэй хэлэх дурсамж бол МУИС-ийн физик, математикийн багш нар Монголдоо л илүү сайн байсан учраас шавь нар нь дунд сургуульд багшлахдаа үлгэр жишээ байжээ гэдгийг батлах биет нотлогоо болгох гэсэн оролдлого шүү.

Нотлогоогоо бас нэмэлт баримтаар баталгаажуулъя. Аймаг аймгаас, мөн нийслэлээс шалгарч ирсэн бидний олон хүүхэд Математикийн улсын олимпиадад оролцож тэгээд нэг, хоёр, гуравдугаар байр эзэлсэн болон Улаанбаатар хотын математикийн гүнз-

гийрүүлсэн сургалттай сургуулиас, нийслэлийн бусад сургуулийн тусгай бэлтгэлтэй ангиас тэмцээнд оролцон тусгай шагнал авсан нийлээд 15 хүүхэд 4 дүгээр улирлын хичээл эхлэхэд тусгай сургалтанд хамрагдлаа. Энэ нь олон улсын математикийн олимпиадад бэлтгэх, тэдгээрээс 8 хүүхдийг нь шалгаруулах зорилго бүхий сургалт байв. Бид энэ өвөрмөц онцгой сайн чанарын сургалтаас их зүйл сурсан, сурсан төдийгүй эзэмшсэн арга ухаанаа насан туршаа хэрэглэж байгаа тухайгаа сургамжийн үүднээс хэлэх гэсэн юм аа. Энэ үед манай МУИС-ийн багш нар Л.Шагдар, Д.Шагдар, Д.Ламжав, А.Мекей, Г.Гүнжээ, Ү.Санжмятав, А.Хашбаатар, Л.Өвгөн, С.Намжилдорж тэр үеийн Улсын Багшийн Дээд Сургуулиас Ц.Маам, Ардын Боловсролын Яамнаас Г.Загдрагчаа, Нийслэлийн нэгдүгээр дунд сургуулиас С.Цагаан, Сурган хүмүүжүүлэх ухааны хүрээлэнгээс Б.Алтангэрэл гээд тэр цагийн Монгол улсын математикийн хаад хичээл заадаг байлаа. Энэ бол тун ховорхон аз. Эдгээр багшаар хичээл заалгалгүйгээр олон улсын математикийн олимпиадад оролцсон хүүхэд бараг байхгүй биз ээ. Одоо байдал өөрчлөгдсөн ч эдгээр багшийн шавиар л хичээл заалгасан байж таараа гэж олон улсын математикийн олимпиадаас хүүхдүүд алт, мөнгөн медаль авлаа гэсэн бахархууштай мэдээ сонсонгуутаа бодогдож Монголын "математикийн хаан" багш нараараа бахархан хүн бүрт яримаар санагддаг юм.

Эдгээр багш нарын заасан хичээл үлдэцтэй, амьдрал турш хэрэглээтэй байдаг тухай би бүр дэлгэрүүлж тодруулъя гэж бодогдлоо. Үүнийгээ би академич, профессор А.Мекей багшаар дурсамж болгон жипнээлэх бас л аз тохиож байна. Намайг Москвагийн Улсын Их Сургуулийн Физикийн факультетэд оюутан байх үед Мекей багш маань аспирантурт суралцаж байлаа. Үүнээс хойш олон жил багшийгаа таних болсны хувьд энэ эгэлгүй эрдэмтэй багшийнхаа тухай дурсамж бичих болсондоо баярлан өмнөтгөл үгээ хэт дэлгэрүүлсэн байж мэдэх. Гэвч энэ бол МУИС-ийн чухамдаа физик, математикийн багш нараараа бахархах завшаан учраас харин ч товчлол болсон байж магадгүй шүү.

Хүүхэд ахуйн хайрцган сэтгэлгээг задалсан сургалтын саруудад биширсэн багш нараа нэрлэх, дурсах үнэнхээр сайхан байна.

Яагаад гэвэл тэд бидэнд нүд нээж өгсөн, ухаан задалсан ачтай буурлууд. Тэдний нэг нь одоо ч МУИС-ийнхаа эрдэм, номын эх уурхайд "Эрдмийн хэт цахиж хөгжлийн оч цацах" үйлсдээ үлгэрлэсээр байгаа манай А.Мекей багш маань билээ. Тэр үед манай Мекей багш тун залуухан, бас тун цэвэрхэн, их л гоёмсог, төрсөн байтлаа зурсан юм шиг сайхан, хүүхдээрээ багш байжээ.

Нэг өдөр өнгөт уран зураг шиг цэмцгэрхэн гэх үү дээ, хараад хараад баймаар нэгэн залуу орж ирээд самбарын өмнө шохой барин зогсонгоо одоо би та нарт "Графын онол"-оор, "Графын арга"-аар хэрхэн тоо хялбархан боддог тухай заана гэлээ. Хичээлийн сэдвээр бидний өмнөх төсөөлөл маань юу билээ, сэрд хийгээд л явчдаг байна, ямар арга юм бол, хурдхан л сурчихъя гэсэн бодол зурс хийсэн хэрэг шүү дээ.

Сайхан залуу багш маань заалаа, "эхлээд бодлогоо өгье, тэгээд графын аргаар бодно оо" гэлээ. Ямар гоё вэ, багш гоё, шинэ гоё аргатай болох нь ээ бас. Бодлогоо томъёолж эхэллээ А.Мекей багш маань:

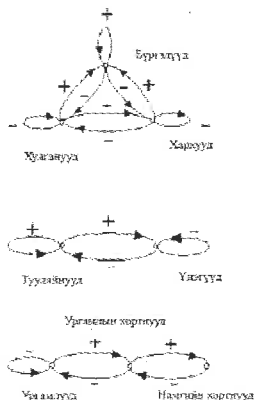
" A , B , C , D хотуудыг хавтгай дээр A , B , C , D сэгээр тэмдэглэе. A , B , D хотуудаас C (тэр үеийн манай Мекей багшийн дуудлагаар C_3) хот буюу C (нөгөө дуудлагаар C_2) сэг рүү гурван өөр хурдтай гурван машин нэгэн зэрэг гарлаа. Дөрвөн хот хоорондын зай мэдэгдэж байгаа бол гурван машин зэрэг C (нөгөө дуудлагаар C_2) хотод ирж уулзах, эсвэл A , C хотын яг тэг дунд, мөн C , D хотын хооронд C (нөгөө дуудлагаар C_2) сэгээс a зайд нэгэн зэрэг уулзах машин бүрийн хурдыг олъё". За нэг ийм бодлого өгөөд бид бодохыг хичээх зуур багш өөрөө яаж боддог аргаа зааж өгч байж билээ. Үүнийг дурсахын учир юу гэвэл багшийн заах арга ямар сонин, хүүхдүүдийн анхаарлыг хэрхэн татдаг, шинийг мэдэх чадах гэсэн сонирхлыг яаж төрүүлдэг, тэр нь тэгээд хүүхдүүдийн насан туршаа мартахын аргагүй үлдэцтэй, улам улам ухаарал өгдгийг л жишээлэх гэсэн юм. Багшийн " C_2 " дуудлага ч санамсаргүй хазгай хэллэг биш бололтой.

Тэр үедээ би ийм бодлогыг тэгшитгэл зохиож шийдвэл амархан, тэгээд ч бодлого бодсон шиг болно гэсэн дээ юү, эсвэл зөв буруугийн логик шалгуураар үнэлэх ухааны дадал суугаагүй дээ

ч тэр үү, бүү мэд, бага ангид л заагууштай арга байна гэж бодоод л өнгөрчээ. Харамсалтай байгаа биз. Ингээд бодохоор би өөрөөр гайхуулах биш, өөрөөсөө ичмээр байгаа юм. Тэгээд олимпиадад оролцох үедээ энэ аргыг хэрэглээгүй, хэрэглэх учраа олоогүй боловч "Графын онол"-ын теорем батлах үндсэн логикийг өнөө хүртэл шинжлэх ухаанд, тухайлбал, аливаа нэг алгоритм боловсруулж математик хангамжийн программ зүгшрүүлэх гэх мэт олон зүйлд төдийгүй, ахуйн хэрэглээний бүхий л шийдвэр гаргах үедээ, ажил төрөлдөө хэрэглэдэг болсон байна лээ. Сонирхолтой нь, үүнийгээ би саяхан л ухаарч мэдсэн. "Монгол улсын Боловсролын хөгжлийн Мастер төлөвлөгөө"-ний (2006-2015 он) арга зүй, үзэл баримтлалыг боловсруулах явцад "Асуудлын мод"-ны загвараар зорилго, зорилтын эрэмбэлэлт хийх үедээ Мекей багшийнхаа заасан аргыг санадаг байна шүү. Ямар их хэрэглээтэй арга вэ, даан ч би тэр үед дутуу л ухаарч дээ, сайн ухаарч авсан бол сонголт хийж шийдвэр гаргах бүртээ шинжлэх ухааны үндэслэлтэй оновчлол хийж байхгүй юу гэж бодогдсон. Тэгээд би "Интернэт" хэмээх номын сандаа орж 40 жилийн өмнө А.Мекей багшийнхаа заасан аргыг арай илүү ойлгоё гэж бодоод мэдээлэлтэй танилцлаа. Мэдээллийг амтархах хэрээр багшийгаа бишрэх сэтгэл улам лавширсан. "Графын онол"-оор оновчлолын бодлого бодох, хамгийн үр ашигтай зохистой шийдэл олох логикийг хэрэглэдэггүй шинжлэх ухааны салбар гэж нэг ч байхгүй, хүн болгон өдөр тутмынхаа үйлээр сонголт хийх бүртээ энэ логикийг хэрэглэдэг юм байна гэдгийг мэдлээ. Ингэхлээр багшийгаа шүтэхээс яахав, ингээд дурсамжаа бичгээр, баримтаар багшдаа барья гэж бодсон юм аа. Одоо би "Интернэт"-ээс олсон баримтаас заримыг жишээ болгон ишлэл хийе. Дискрет математикийн нэгэн бүлэг болох "Графын онол"-ын аргыг шинжлэх ухааны үндэслэлтэй хэрэглэсэн жишээ баримтууд дурсамж уншигч нарт маань сонирхолтой, бас хэрэгтэй байж мэдэх. Миний багшийгаа улам бүр хүндэтгэн бишрэх болсон шалтгааныг ч ойлгоход дөхөм болох буй заа.

Энгийн хялбар экосистем, тэдгээрт харгалзах тэмдэгт чиглэл бүхий графууд

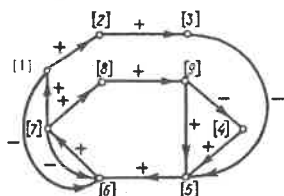
Зургийн тайлбар-1:



Асуудалд нөлөөлөгч чухал хувьсагч хэмжигдэхүүнүүд бол графын оройнууд бөгөөд хувьсагчаас хувьсагчийг холбосон нум нь нэг хувьсагч нөгөөдөө нөлөөлж буйг тэмдэглэж байна. Нум "+" тэмдэгтэй бол эерэгээр буюу хувьсагчийн тоон хэмжээг ихэсгэн "хүч" оруулж байгааг, "-" тэмдэгтэй бол нөлөөлөл нөгөө хувьсагчийн тоон хэмжээг багасган сулруулж байгааг заана.

Нэг хувьсагчийн нөлөөлөл нөгөөдөө үйлчлэхдээ дотоод, гадаад импульсээр дамжиж болно. Графын оройд цаг хугацааны тодорхой эгшний хувьд жин өгч чиглэлт графаа жигнэсэн утга бүхий болгож хэрэглэх нь олонтаа. Нэгдүгээр жишээ зураг дээр: Молтогчин туулайн хүнсний нөөц бусдынхаас ялгаатай нь хязгааргүй их байдагт оршино. Хулганууд болон хархуудын хүнс хязгаарлагдмал, тэр ч байтугай тэд хоорондоо өрсөлдөнө. Графын болон чиглэлт графын онол бол ийм, үүнээс ч нарийн нийлмэл тогтолцоог судлах хамгийн эвтэйхэн хэрэглээний математикийн аппарат юм байна. Энд тогтолцооны тунт буюу квантлагдсан эгшин дэх өөрчлөлт болон түүний хариу мэдээллийг зарим тоон үзүүлэлтүүдээс нь хамааруулан судладаг аж. Эдгээр тоон үзүүлэлт нь графын оройн цэг дэх (үржин өсөх үр төлийн тоо) болон тоо толгойн өөрчлөлт оруулагч эхлэлийн (түүний дотор гадаад орчноос нөлөөлөх) импульсын тоон утгууд (жишээлбэл, оройн аль нэг цэг дэх) [<http://www.msclub.ce.cctpu.edu.ru/bibl/ODM/L112.html>].

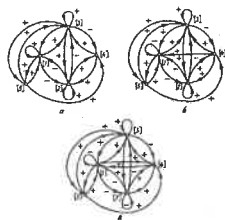
Зургийн тайлбар-2:



"Шинжлэх ухаан-Нийгэм" хоорондын хамаарлын шийдэх асуудал. [1] - Эрдэм шинжилгээний ажилтны ажлын байрын тоо; [2] - Бэлтгэл сул судлаачдын тоо; [3]

Шинжлэх ухаан - технологийн судалгааны үр дүнгийн ашиглалтаас үүдэлтэй хортой үр дагаварууд буюу шинжлэх ухааны "муу" бүтээгдэхүүний эзлэх хувь хэмжээ; [4]- Судалгааны үр дүн нь нийгэмд учруулах нөлөөллийг нь арилгахын тулд шинжлэх ухаан техникийн ололт амжилтыг эргээд хэрэглэх шаардлагатай дотоод, гадаад аюул заналууд; [5] - Эрдэм шинжилгээ судалгааг хөгжүүлэх хэрэгтэй гэсэн олон нийтийн санал; [6] - Төсвийн хязгаарлалт; [7] - Эрдэм шинжилгээний зориулалттай улсын төсөв; [8] - Сайн бэлтгэлтэй судлаачдын тоо; [9] - Шинжлэх ухаан-технологийн судалгааны үр дүнгийн ашиглалтаас үүдэлтэй эерэг сайн үр дагаварууд буюу шинжлэх ухааны "ээлтэй" бүтээгдэхүүний эзлэх хувь хэмжээ. Энэ бол "Шинжлэх ухаан, техникийн судалгаа"-г санхүүжүүлэх асуудлаар шийдвэр гаргахдаа шинэ арга хэрэглэсэн жишээ, үүнийг дэлгэрүүлэн [Roberts F.S. Discrete Mathematical Models with Application to Social, Biological and Environmental Problems. - Rutgers University, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976]-оос үзэж болно.

Зургийн тайлбар-3: АНУ-ын эрчим хүчний асуудлын задлан шинжилгээ [Kruzic P.G. Cross-Impact Analysis Workshop. - Stanford Research Institute Letter Report, June 23, 1973]-оос үзэж болно.



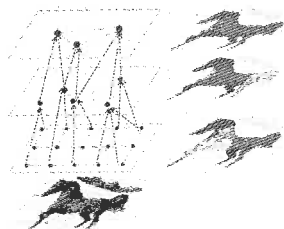
Энэ гуравдугаар зураг дээр: а) 1985 он хүртэлх - босгын 50%-иас бага хэрэглээ ба хэрэгцээнээс 75%-иас илүү хангагч дотоод эх үүсгүүрүүд; б) 1985 оноос хойших - босгын 50%-иас бага хэрэглээ ба хэрэгцээнээс 75%-иас илүү хангагч дотоод эх үүсгүүрүүд;

в) 1985 оноос хойших - босгын 50%-иас бага хэрэглээ ба хэрэгцээнээс 50%-иас бага хангагч дотоод эх үүсгүүрүүд; "Босго"

- Энэ нь 1973 оны хэрэглээг 4 дахин ихэсгэсэн тоо. Зураг дээрх графын оройн тэмдэглээ: [1] - Энергийн хэрэглээ; [2] - Дотоод эх үүсгүүрүүд ашигласан энерги хангалт; [3] - нөөцүүд болон шинэ энергийн эх үүсгүүрүүд бүтээх дотоод хөрөнгө оруулалт; [4] - уламжлалт энергийн тулгуур; [5] - Засгийн газарт үзүүлэх олон нийтийн итгэл.

Загварчилгааны бодлого, асуудалд "Графын арга" тун өргөн хэрэглэгддэг. Дүрслэх урлагт зураач онолыг нь сонирхоогүй ч логикийг нь ухааны зөн, гарын уран дадал хэвшлээрээ хэрэглэдэг аж. Үүнийг дөрөвдүгээр зургаас мэдэрч болно.

Зургийн тайлбар-4:



Дүрслэл, дүрслэх урлагт хэрэглэх жигнэн дундажлагдсан графуудын цац байгуулалт. Эдгээр болон бусад олон жишээтэй танилцаад, шилэлт сонголт хийдэг зөн хэвшлийн дадлаа нарийвчлан эргэж ухаарахаар А.Мекей багшийгаа миний хүндлэх болсон нь хоосон магтаал биш,

долигнол ч биш гэдгийг мэдрэх болов уу, яагаад МУИС-ийнхаа физик, математикийн багш нараараа бахархаад байна гэдэг нэлээд ойлгомжтой болох биз ээ. Гэтэл бид физик, математикийн хичнээн олон өөр аргыг амьдрал ахуйдаа хэрэглэдгийг тэр бүр анзаардаггүй, би л лав ингэж боддоггүй байлаа. Анзаарах тусам Та ч багшаараа зөвхөн ачийг нь санах зорилгоор бахархах болно. Тэгээд бас нийгэмд алсдаа өгөөжтэй, ээлтэй сайн үр нөлөөтэй ийм хөдөлмөрийг, тэгэх тусмаа ахмад багшийн хөдөлмөрийг үнэлэх сэтгэлгээндээ өөрчлөлт ч хийж мэдэх юм. Ингэвэл нийгмийн хөгжил жам зүйгээрээ ахин дэвших биз ээ.

А.Мекей багшийн 41 жилийн өмнөх шавь

Ч.Лхагважав

ТАВИЛАНГААР УЧИРСАН БАГШ

1960-аад оны дунд үед одоогийн МУИС-ийн хичээлийн 3-р байрны зүүн урд хаалгаар их сургуулийн багш нарын байр байдаг байлаа. Тэр үед миний нагац Ч.Раднаа ахын өөдөөс харсан хаалганд нэгэн казак айл байх агаад тэднийхийг А.Мекей байгшийнх гэнэ. Балчир бага байхад том хар нүдтэй, өндөр биетэй казак эр их сүрлэг харагддагсан. Удалгүй дунд сургуульд орж математикийн олимпиадын бодлого бодож байхад А.Мекей багшийн зохиосон бодлого, тооны номнуудыг бодож, уншиж явлаа. Дунд сургуулиа төгсөөд МУИС-ийн математикийн ангид ороход нөгөө А.Мекей багш маань ФМФ-ийн деканаар ажиллаж байсан бөгөөд бидэнд алгебрийн курсын хичээлийг бүтэн 4 жил орсон билээ. Оюутнуудад ном, эрдэм сурахын чухлыг эрхэмлэн зааж, өөрөө ч шинэ сэргэг ном сонин уншиж, их зүйл мэдэхийн үлгэр жишээг харуулдаг байлаа.

Сургуулиа төгсөөд хөдөөгийн сургуульд математикийн багшаар хуваарилагдан ажиллав. Сурагчидаа математикийн элсэлтийн шалгалтанд А.Мекей, Л.Өвгөн багш нарын математикийн номноос бэлдэж байв. Жижиг зузаан 1200 бодлоготой математикийн элсэлтийн номыг сурагчид маань "Мекейгийн пампагар шар" гэдэг байж билээ. Энэ ном олон хүүхдийг их дээд сургуульд оруулж амьдралд нь их тус болсон доо. Удаа ч үгүй А.Мекей багшийн зохиосон математик, алгебрийн сурах бичиг жил дараалан хэвлэгдэж монгол орны олон мянган хүүхдийн математикийн оюуныг нээж байна. Бидний үеийнхний хувьд насан туршдаа А.Мекей багшийн номоор эрдэм ном сурснаар он жилүүдийг илээж байна. Миний хувьд амьдралынхаа туршид ийнхүү А.Мекей багшаасаа салалгүй өдгөө 40 жил боллоо доо. Манай багш гавъяат багш, академич, шинжлэх ухааны доктор гээд олон олон өндөр шагналууд хүртэхэд хамт олон болон хүмүүс ямагт А.Мекей багш л гэдэг нь нэн сонин. Энэ хүний тухай бодоход ёстой тавилангаар учирсан багш минь билээ.

ШУТИС-ийн Математикийн багш С.Баярсайхан

ММО-42, VII-р ангийн III даваа

Б.Сандагдорж, Ш.Батхишиг

ҮII-A1 (Ш.Батхишиг). Нийлбэр нь 2000-тай тэнцүү, үржвэр нь 1000-тай тэнцүү байх 1000 ширхэг эерэг бодит тоонууд олдох уу?

ҮII-A2 (Ч.Гантөмөр, Э.Чойсүрэн). x, y нь эерэг тоонууд ба

$$\frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} + \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} = \sqrt{xy} + \frac{x + y}{2}$$

тэнцэтгэл биелдэг бол гэж батал.

ҮII-A3(Аргилсан). $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгт дотор M цэг авав. Хэрэв AMB ба CMD гурвалжнууд нь адил хажуут ба $\angle AMB = \angle CMD = 120^\circ$ бол $\angle CAD + \angle BDA = 120^\circ$ гэж харуул.

ҮII-B1 (Ш.Батхишиг). $2n \times 2n$ хэмжээтэй шатрын хөлгийн нүднүүдэд $3n$ ширхэг даамыг дурын байдлаар байрлуулав. Тэгвэл эдээр даамууд бүгд оршихоор n ширхэг мөр, n ширхэг баганыг шатрын хөлгөөс ямагт сонгож болох уу?

ҮII-B2 (Б.Сандагдорж). 11-ээр эхэлж 89-өөр төгсдөг натурал тооны квадрат болох хамгийн бага тоог ол.

item[**ҮII-B3 (Э.Чойсүрэн).** ABC гурвалжны A оройгоос BC талд буулгасан өндрийн суурь D болно. BC талыг D цэгт шүргэсэн тойрог AB талыг M ба N цэгээр, AC талыг P ба Q цэгээр тус тус огтолно. Тэгвэл $\frac{AM+AN}{AC} = \frac{AP+AQ}{AB}$ тэнцэтгэл биелэхийг батал.

ҮII-A1 Олдоно. Жишээ $\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 2; 2; 1000; 1; 1; \dots; 1$ тоонуудыг

сонгон авахад бодлогын нөхцөл биелэнэ. Жич: ⁹⁹⁵уг бодлогыг нийлбэр нь 2000-тай тэнцүү, үржвэр нь 1000-тай тэнцүү байх 1000 ширхэг эерэг бодит тоонуудын дор хаяж нэг нь 1-ээс бага болохыг харуул гэж томъёолох ёстой байжээ.

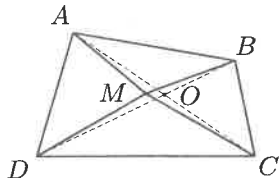
ҮИ-А2 $\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = h$, $\sqrt{xy} = g$, $\frac{x+y}{2} = a$, $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} = r$ гэж

тэмдэглэе. Өгсөн нөхцөлөөс $2a^2 = r^2 + g^2$, $g^2 = ah$ ба (*) $h + r = a + g$ байна. (*) $\Rightarrow r = a + g - h \Rightarrow 2a^2 - g^2 = r^2 = a^2 + g^2 + h^2 - 2ah - 2gh + 2ag$ ба $(a+h)(a-h) = a^2 - h^2 = 2(g^2 - ah) + 2g(a-h) = 2g(a-h)$ болно. Эндээс $a = h$ эсвэл $a + h = 2g$ болно. (1) $a = h$ байг.

$$\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \frac{x+y}{2} \Leftrightarrow x = y$$

(2) $a + h = 2g$ байг. $\Rightarrow a = g = h$ буюу $x = y$. Ийнхүү аль ч тохиолдолд $x = y$ байна.

ҮИ-А3



$AM = MB$, $CM = MD$
ба $\angle AMB = \angle CMD = 120^\circ$
 $\angle CAD + \angle BDA = 120^\circ$ гэж бат-
лая. AC , BD диагоналиудын огт-
лолцол нь O болог (зураг).

Юуны өмнө BMD гурвалжин AMC гурвалжинтай тэнцүүг шууд харж болно. $\angle MBA = \angle MAB = \angle MDC = \angle MCD = 30^\circ$ ба $\begin{cases} \angle MBD = \angle CAM \\ \angle MCA = \angle MDB \end{cases} \Rightarrow \angle OCD + \angle ODC = 60^\circ$. Эндээс $\angle CAD + \angle BDA = \angle COD = 180^\circ - (\angle OCD + \angle ODC) = 120^\circ$ болж багглагдав.

ҮИ-В1 1-р мөрөнд p_1 ширхэг даам, 2-р мөрөнд p_2 ширхэг даам гэх мэтээр $2n$ -р мөрөнд p_{2n} ширхэг даам байрладаг гэе. $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_{2n}$ гэж үзэж болно. Түүнчлэн $p_1 + p_2 + \dots + p_{2n} = 3n$ байна (өгсөн нөхцлөөр). Хэрэв $p_{n+1} + \dots + p_{2n} \leq 2n - 1$ бол $p_{n+1} \leq 1$ байна. Иймд $p_1 + p_2 + \dots + p_{2n} \leq n$ байна. Эндээс $p_1 + p_2 + \dots + p_n + p_{n+1} + \dots + p_{2n} \leq 3n - 1$ болж зөрчил үүснэ. Иймд $p_{n+1} + \dots + p_{2n} \geq 2n$ болно. Эндээс $p_{n+1}, \dots, p_{2n}$ -мөрүүдийг сонгож, эдгээр мөрүүд дээр оршихгүй бусад даамнуудыг (n -ээс хэтрэхгүй тооны даам) n ширхэг баганууд дээр оршихоор сонгож чадна.

ҮИ-В2 $a^2 = 11 \dots 89$ ($n + 2$ оронтой) болог. Тэгвэл a -ийн сүүлийн цифр нь 3 эсвэл 7 байна. Нөгөө талаас (*) $11 \cdot 10^n < a^2 < 12 \cdot 10^n$ билээ.

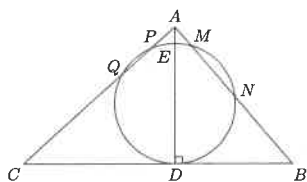
(1) n -тэгш тоо байг, өөрөөр хэлбэл $n = 2k$ үед (*) $\Leftrightarrow 11 \cdot 10^{2k} <$

$a^2 < 12 \cdot 10^{2k} \Leftrightarrow \sqrt{11}10^k < a < \sqrt{12}10^k$ болно. $k = 1$ үед $33 < a < 34$
 $k = 2$ үед $331 < a < 346 \Rightarrow a = 333$ тоо бодлогын нөхцлийг
 хангахаар олдоно. $a^2 = 110889$

(2) n -сондгой тоо байг, өөрөөр хэлбэл $n = 2k + 1$ үед (*) $\Leftrightarrow$
 $110 \cdot 10^{2k} < a^2 < 120 \cdot 10^{2k} \Leftrightarrow \sqrt{120}10^k < a < \sqrt{121}10^k$ болно. $k = 1$
 үед $104 < a < 109$ ба $a = 105, 106, 107, 108$ нь бодлогын нөхцлийг
 хангахгүй.

$k = 2$ үед $1048 < a < 1095$ ба $333 < a$ байна. Ийнхүү бидний
 олбол зохих тоо нь $a^2 = (333)^2 = 110889$ байжээ.

ҮII-В3 AD өндрийн өгөгдсөн тойрогтой огтлолцох цэгийг
 E -ээр тэмдэглэе. (зураг хар) Огтлогч шүргэгчийн теоремоос



$(AE + AD)AD = AE \cdot AD + AD^2 =$
 $AM \cdot AN + (AB^2 - BD^2) = AM \cdot$
 $AN + AB^2 - BN \cdot BM = AM \cdot$
 $AN + (AN + NB)(AM + MB) -$
 $BN \cdot BM = (AM + AN) \cdot AB$ болно.
 Үүнтэй адилаар $(AE + AD)AD =$
 $(AP + AQ)AC$ гэж гарна. Эндээс
 $(AM + AN)AB = (AP + AQ)AC$
 болж батлах зүйл гарч байна.

ММО-42, YIII ангийн III даваа

Б.Сандагдорж, Ш.Батхишиг, Ч.Гантөмөр

YIII-A1 (Ш.Батхишиг). $n, n + 1, n + 2$ тоонууд тус бүр хоёр
 бүхэл тооны квадратуудын нийлбэрт тавигдаж байх төгс-
 гөлгүй олон бүхэл тоо n олдох уу?

YIII-A2 (Ч.Гантөмөр). $x_1, x_2, \dots, x_{2006}$ ба $y_1, y_2, \dots, y_{2006}$ бодит
 тоонуудын хувьд

а). $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_{2006} > 0$

б). $y_1 \geq x_1, y_1 y_2 \geq x_1 x_2, \dots, y_1 y_2 \dots y_{2006} \geq x_1 x_2 \dots x_{2006} > 0$
 тэнцэтгэл биш биелэнэ гэж батал.

YIII-A3 (Аргилсан). ABC гурвалжны BC тал ба AB, AC та-
 луудын үргэлжлэлийг шүргэх гадаад багтсан тойргийн тө-

вийг O гээ. ABO гурвалжны багтаасан тойргийн төвийг D гэвэл A, B, C, D цэгүүд нэг тойрог дээр оршихыг харуул.

ҮIII-B1 (Ш.Батхишиг). Аливаа натурал m тооны хувьд $0 < a + b\sqrt{2} \leq \frac{1+\sqrt{2}}{m+2}$ тэнцэтгэл бишийг хангах $|a| \leq m, |b| \leq m$ байх a, b бүхэл тоонууд олдохыг үзүүл.

ҮIII-B2 (Аргилсан). $(a_1, a_2, \dots, a_{2006})$ гэсэн эерэг бүхэл тоонуудын цуглуулга өгөгдөв. Шинээр $(b_0, b_1, b_2, \dots)$ цуглуулгыг дараах дүрмээр зохиов. Үүнд: b_0 нь анхны цуглуулга дахь 0-ээс их тоонуудын тоо, b_1 нь 1-ээс их тоонуудын тоо, b_2 нь 2-оос их тоонуудын тоо гэх мэтчилэн 0 бичтэл үргэлжлүүлэв. Тэгвэл анхны цуглуулга дахь тоонуудын нийлбэр шинэ цуглуулга дахь тоонуудын нийлбэртэй тэнцүү гэж батал.

ҮIII-B3 (Б.Сандагдорж). ABC гурвалжны талууд дээр M, N цэгүүдийг авчээ. $(GM) \cap (AN) = Q$ ба $S_{AQM} = 1, S_{CQN} = 8, S_{AQC} = S_{BMQN}$ бол ABC гурвалжны талбайг ол.

ҮIII-A1 $n = (2m^2)^2 + (2m)^2, n+1 = 0^2 + (2m^2+1)^2, n+2 = 1^2 + (2m^2+1)^2, m \in \mathbb{Z}$ гэж авахад бодлогын нөхцлийг хангах төгсгөлгүй олон бүхэл тоо n олдоно.

ҮIII-A2 $y_1 y_2 \dots y_k > 0, k = 1, 2, \dots, 2006 \Rightarrow y_1, y_2, \dots, y_{2006} > 0$ болно. $z_0 = 1$ ба $z_1 = \frac{y_1}{x_1}, z_2 = \frac{y_1 y_2}{x_1 x_2}, \dots, z_{2006} = \frac{y_1 y_2 \dots y_{2006}}{x_1 x_2 \dots x_{2006}}$ гээ. $z_k \geq 1, k = 1, 2, \dots, 2006$ байна. Түүнчлэн $y_k = \frac{z_k}{z_{k-1}} x_k$ юм.

$(y_1 + \dots + y_{2006}) - (x_1 + \dots + x_{2006}) = (\frac{z_1}{z_0} - 1)x_1 + (\frac{z_2}{z_1} - 1)x_2 + \dots + (\frac{z_{2006}}{z_{2005}} - 1)x_{2006} = (z_1 - 1)(x_1 - x_2) + (z_1 + \frac{z_2}{z_1} - 2)(x_2 - x_3) + (z_1 + \frac{z_2}{z_1} + \frac{z_3}{z_2} - 3)(x_3 - x_4) + \dots + (z_1 + \frac{z_2}{z_1} + \dots + \frac{z_{2006}}{z_{2005}} - 2006)x_{2006}$ болно. Кошийн тэнцэл бишээр $\frac{1}{k}(z_1 + \frac{z_2}{z_1} + \dots + \frac{z_k}{z_{k-1}}) \geq \sqrt[k]{z_1 \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \dots \cdot \frac{z_k}{z_{k-1}}} = \sqrt[k]{z_k} \geq 1$. Эндээс $(y_1 + \dots + y_{2006}) - (x_1 + \dots + x_{2006}) \geq 0$ болж батлах зүйл гарна.

ҮIII-A3 ABO гурвалжныг багтаасан тойргийн тав O (зураг) $\angle BAC = \alpha, \angle ABC = \beta, \angle BCA = \gamma$ болог. $\angle CBO = \frac{180-\beta}{2} \Rightarrow \angle BOA = \frac{\gamma}{2}, \angle ADB = 2\angle AOB = \gamma$ болно. Эндээс $\angle BDC = \alpha$ ба $\angle ADC = \gamma + \alpha, \angle ABC = \beta \Rightarrow \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$ болж A, B, C, D цэгүүд нэг тойрог дээр орших нь батлагдав.

ҮIII-B1 $(a + b\sqrt{2})$, $a, b \in \{0, 1, \dots, m\}$ хэлбэрийн нийт $(m + 1)^2 = m^2 + 2m + 1$ ширхэг тоонууд бий. $[0, m + m\sqrt{2}]$ хэрчмийг ижил урттай $m^2 + 2m$ ширхэг завсаруудад хуваая. Завсар бүрийн урт нь $\frac{m+m\sqrt{2}}{m^2+2m} = \frac{1+\sqrt{2}}{m+2}$ байна. Дирихлейн зарчмаар аль нэг завсарт $a + b\sqrt{2}$ хэлбэрийн ялгаатай хоёр тоо орно. Тэдгээрийг $a_1 + b_1\sqrt{2}$, $a_2 + b_2\sqrt{2}$ гэж тэмдэглэе. Тэгвэл $0 < (a_1 + b_1\sqrt{2}) - (a_2 + b_2\sqrt{2}) < \frac{1+\sqrt{2}}{m+2} \Leftrightarrow 0 < (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)\sqrt{2} < \frac{1+\sqrt{2}}{m+2}$ $|a_1 - a_2| \leq m$, $|b_1 - b_2| \leq m$. Иймд бодлогын нөхцлийг хангах $a = a_1 - a_2$, $b = b_1 - b_2$ бүхэл тоонууд олдоно.

ҮIII-B2 $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ цуглуулалт $a_k = m$ болог. Тэгвэл $b_0, b_1, \dots, b_{m-1}$ гэсэн тоо бүрт m тоо нэг нэг удаа тоологдоно. Эндээс $\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=0}^{m-1} b_j$ байх нь илэрхий билээ. Үүнийг тодорхой жишээн дээрээс харахад төвөггүй ойлгогдоно.

ҮIII-B3 $S_{\triangle AQC=x}$ гэе. (зураг) $\frac{x+1}{1} = \frac{S_{ABN}}{S_{AMD}} = \frac{AB \cdot AN}{AM \cdot AQ} = \frac{S_{ABC}}{S_{AMC}} \cdot \frac{S_{ANC}}{S_{AQC}} = \frac{(2x+9)}{(x+1)} \cdot \frac{(x+8)}{x} \Rightarrow (x+1)^2 x = (2x+9)(x+8) \Rightarrow x^3 - 24x - 72 = 0 \Rightarrow (x-6)(x^2 + 6x + 12) = 0$ буюу $x = 6$ болно. Эндээс $S_{ABC} = 2x + 9 = 12 + 9 = 21$ болов.

ММО - 42, VIII ангийн IV даваа

Ш. Батхишиг (МУБИС)

VIII-A1 (Ч.Гантөмөр) Дурын арван натурал тоо өгөгдөв. Эдгээрийн аль ч хоёрыг нь авч тэдгээрийн нийлбэр, үржвэр болон ялгаврын абсолют хэмжигдэхүүнийг тэмдэглэв. Тэмдэглэсэн тоонууд дотор сондгой тоо хамгийн олондоо хэд байж болох бэ?

VIII-A2 (А.Амарзаяа) Хурц өнцөгт ABC гурвалжны AC талын дунджыг M гэе. M цэгийг дайрсан, AC талд перпендикуляр шулуун гурвалжныг багтаасан тойргийг P , S цэгүүдээр огтолдог гэе. P цэгээс AB талд (үргэлжлэлд) буулгасан перпендикулярын суурийг P_1 , S цэгээс AB талд (үргэлжлэлд) буулгасан перпендикулярын суурийг S_1 гэе.

$\angle S_1 P_1 M = \alpha$, $\angle P_1 S_1 M = 2\alpha$, гурвалжныг багтаасан тойргийн радиус R бол AC талын уртыг ол.

VIII-A3 (Н.Аргилсан) Эерэг бодит a, b, c тоонуудын хувьд

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 4 \left(\frac{1}{(a+b)^2} + \frac{1}{(b+c)^2} + \frac{1}{(c+a)^2} \right)$$

тэнцэтгэл бишийг батал.

VIII-B1 (Ш.Батхишиг) Хөл бөмбөгийн тэмцээнд n ($8 \leq n$) баг оролцжээ. Аль ч хоёр баг хоорондоо нэг удаа тоглоно. Хожвол 3 оноо, тэнцвэл 1 оноо, хожигдвол 0 оноо авна. A багийн авсан онооноос багагүй оноо авсан багууд зургаагаас олон байв. Тэгвэл A баг хамгийн ихдээ хэдэн оноо авч болох бэ?

VIII-B2 (А.Ганбат) ABC гурвалжны багтсан тойргийн төв I болно. AI шулуун гурвалжинг багтаасан тойрогтой A_1 цэгт огтлолцоно ($A \neq A_1$). I цэгийг дайрсан шулуун багтаасан тойргийг D, E цэгүүдээр огтолно. $A_1 D, A_1 E$ шулуунууд BC шулууныг M, N цэгт огтолно. M, N, A_1, I цэгүүд нэг тойрог дээр оршихыг батал.

VIII-B3 (Ш.Батхишиг) 1, 3 ба 4 -ийн цифрүүдээр бичигдэх цифрүүдийн нийлбэр n -тэй тэнцүү байх натурал тоонуудын тоог a_n -ээр тэмдэглэе. Тэгвэл a_{2n} тоо бүхэл тооны квадрат байна гэж харуул.

VIII-A1. Өгөгдсөн арван тооны k ширхэг нь сондгой, $10 - k$ ширхэг нь тэгш тоо болог. Тэгвэл тэмдэглэгдсэн тоонууд дотор нийлбэр нь сондгой байх $k(10 - k)$ ширхэг тоо, ялгавар нь сондгой байх $k(10 - k)$ ширхэг тоо, үржвэр нь сондгой байх $\frac{1}{2}k(k - 1)$ ширхэг тоо байна. Иймд тэмдэглэгдсэн тоонууд дотор нийт

$$N = 2k(10 - k) + \frac{1}{2}k(k - 1) = \frac{1}{2}(39k - 3k^2) = \frac{3}{2} \left[\left(\frac{13}{2} \right)^2 - \left(\frac{13}{2} - k \right)^2 \right]$$

ширхэг сондгой тоо байна. Эндээс $k = 6$ буюу $k = 7$ үед N тоо хамгийн их утгаа авна. Аль ч тохиолдолд $N = 63$ гэж гарна.

VIII-A2. $\angle PP_1A + \angle AMP = 180^\circ$ байх тул PP_1AM дөрвөн өнцөгт тойрогт багтана. Эндээс $\angle AP_1M = \angle APM = \alpha$ болно. APC гурвалжин адил хажуут тул $\angle APC = 2\alpha$ байх ба үүнтэй адилаар $\angle ASC = 4\alpha$ болно. Улмаар $\angle APC + \angle ASC = 180^\circ = 6\alpha$ байх тул $\alpha = 30^\circ$. Синусын теорем ёсоор $\frac{AC}{\sin \angle APC} = \frac{AC}{\sin 60^\circ} = 2R$ байх ба эндээс $AC = \sqrt{3}R$ болно.

VIII-A3. Эерэг бодит x, y тоонуудын хувьд $\frac{1}{xy} \geq \frac{4}{(x+y)^2}$ болохыг хялбар шалгаж болно. Иймд

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \geq \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{\frac{1}{a^2} \frac{1}{b^2}} = \frac{1}{ab} \geq \frac{4}{(a+b)^2}$$

болох ба эндээс

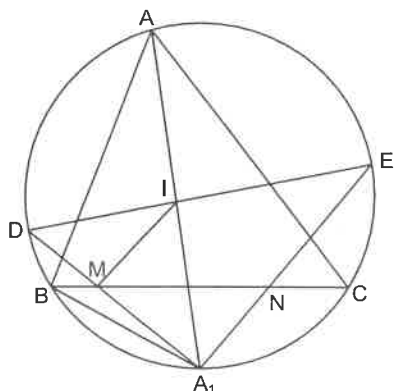
$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} \right) \\ &\geq 4 \left(\frac{1}{(a+b)^2} + \frac{1}{(b+c)^2} + \frac{1}{(c+a)^2} \right) \end{aligned}$$

болно.

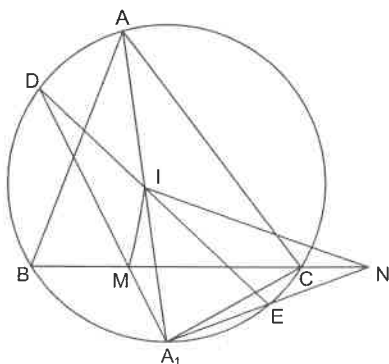
VIII-B1. A баг хамгийн ихдээ $3n - 14$ оноо авч болохыг харуулъя.

$A = A_1, A_2, \dots, A_8$ багуудын хувьд баг бүр гурван багийг хожиж, нэг тэнцэж, гурван багт хожигдсон гэе. Үлдсэн $n - 8$ ширхэг багуудыг эдгээр багууд хожсон гэе. Тэгвэл A_i ($i = 1, 2, \dots, 8$) баг бүр $3(n - 8) + 3 \cdot 3 + 1 = 3n - 14$ оноо авна. Иймд бодлогын нөхцлийг хангана.

Одоо A баг $3n - 13$ -аас багагүй оноо авсан гэе. Тэгвэл $A_1, A_2, \dots, A_8$ багууд $3n - 13$ -аас багагүй оноо авна. Эдгээр багуудын авсан онооны нийлбэр нь $8(3n - 13) = 24n - 104$ -өөс багагүй байна. Үлдсэн $n - 8$ ширхэг багуудыг B хэсэг гэе. A ба B хэсгийн багууд хоорондоо тоглож авах онооны нийлбэр хамгийн ихдээ $3 \cdot 8 \cdot (n - 8)$ байна. A багууд хоорондоо $C_8^2 = 28$ тоглолт хийх тул хоорондын тоглолтын нийлбэр оноо хамгийн ихдээ $3 \cdot 28 = 84$ байна. Иймд A хэсгийн багуудын авах онооны нийлбэр хамгийн ихдээ $84 + 24(n - 8) = 24n - 108$ болно. A хэсгийн багуудын



Зураг 1a



Зураг 1b

нийлбэр оноог S гэвэл $24n - 104 \leq S \leq 24n - 108$ болж зөрчил үүснэ.

Иймээс A баг хамгийн ихдээ $3n - 14$ оноо авна.

VIII-B2. Зураг 1a тохиолдлыг авч үзье. AA_1 биссектрис тул $BA_1 = A_1C$ байна. $\angle BIA_1 = \angle BAI + \angle ABI = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$ ба $\angle BA_1A = \gamma$ гэдгээс $\angle IBA_1 = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$ болно. Эндээс $A_1B = IA_1 = A_1C$ болох ба мөн $\angle MBA_1 = \angle MDB$ байна. Иймд $\triangle BMA_1 \sim \triangle BDA_1$ болох бөгөөд $BA_1^2 = A_1M \cdot A_1D = A_1I^2$ байна. $\frac{A_1I}{A_1M} = \frac{A_1D}{A_1I}$ байх тул $\triangle MA_1I \sim \triangle DA_1I$ болох ба $\angle IMA_1 = \angle DIA_1$ байна.

Үүнтэй адилаар $\angle INA_1 = \angle EIA_1$ гэж харуулж болох ба эндээс $\angle IMA_1 + \angle INA_1 = \angle DIA_1 + \angle EIA_1 = 180^\circ$ байх тул IMA_1N дөрвөн өнцөгт тойрогт багтана.

Одоо Зураг 1b тохиолдлыг авч үзье. Өмнөх тохиолдлын адилаар $\angle IMA_1 = \angle DIA_1$ болохыг харуулна. $\angle BCA_1 = \angle CBA_1$ тул $180^\circ - \angle BCA_1 = 180^\circ - \angle CBA_1$ болох ба эндээс $\angle A_1CN = \angle A_1EC$ болно. Иймд $\triangle A_1CE \sim \triangle A_1CN$ болох бөгөөд $A_1C^2 = A_1E \cdot A_1N = A_1I^2$ байна. Эндээс $\frac{A_1E}{A_1I} = \frac{A_1I}{A_1N}$ болох ба $\triangle IA_1E \sim \triangle IA_1N$ байна. Улмаар $\angle A_1IE = \angle A_1NI$ болох тул $\angle IMA_1 + \angle INA_1 = \angle DIA_1 + \angle A_1IE = 180^\circ$ байна. Иймд IMA_1N дөрвөн өнцөгт тойрогт багтана.

VIII-B3. $N = \overline{x_1 x_2 \dots x_k}$, $x_i \in \{1, 2, 3\}$, $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ байг. Хэрэв $n > 4$ бол $x_2 + x_3 + \dots + x_k \in \{n-1, n-3, n-4\}$ байх тул

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-3} + a_{n-4} \quad (1)$$

болно. $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 2$ байна. Мөн

$$a_{2n+1} = a_{2n} + a_{2n-1} \quad (2)$$

$$a_{2n} a_{2n+2} = a_{2n+1}^2 \quad (3)$$

болохыг индукцээр батлая.

$a_{2n+3} = a_{2n+2} + a_{2n} + a_{2n-1} = a_{2n+2} + a_{2n+1}$ болох ба $a_{2n+2} a_{2n+4} = a_{2n+2} (a_{2n+3} + a_{2n+1} + a_{2n}) = a_{2n+2} a_{2n+3} + a_{2n+2} a_{2n+1} + a_{2n+2} a_{2n} = a_{2n+2} a_{2n+3} + a_{2n+2} a_{2n+1} + a_{2n+1}^2 = a_{2n+2} a_{2n+3} + a_{2n+1} (a_{2n+2} + a_{2n+1}) = a_{2n+2} a_{2n+3} + a_{2n+1} a_{2n+3} = a_{2n+3} (a_{2n+2} + a_{2n+1}) = a_{2n+3}^2$ болох тул (2) ба (3) томъёо үнэн байна. Эндээс хэрэв $a_{2n} = a_{2n}^2$ бүхэл тооны квадрат гэж үзвэл

$$a_{2n+2} = \frac{a_{2n+1}^2}{a_{2n}} = \frac{a_{2n+1}^2}{a^2} = \left(\frac{a_{2n+1}}{a} \right)^2 \in \mathbb{Z}$$

байх ба $\frac{a_{2n+1}}{a} \in \mathbb{Z}$ байна.

ОУМО-47, IX ангийн III даваа

Н.Дайвий-Од

			1		
		4		7	
		10	13	16	
IX-A1 (Б.Баяраа)	19	22	25	28	1 эхний гишүүн
	31	34	37	40	43

тэй 3 ялгавартай арифметик прогрессийн гишүүдийг зурагт үзүүлсэн байдлаар байрлуулав. a, b, c нь энэ гурвалжингийнхаа нэгтээ $\begin{smallmatrix} a & b \\ & c \end{smallmatrix}$ гэж байрладаг гурван тоо бөгөөд $a + b + c = 2007$ байсан бол эдгээр гурван тоог ол.

IX-A2 (Н.Дайвий-Од) F нь $m + n \leq 2006$ байх бүх $m, n \in N$ хосуудаас үүссэн $\frac{m}{n}$ бутархайнуудын олонлог. $k' \in F$ нь $k < \frac{4}{11}$ байх тоонуудын хамгийн их. $d' \in F$ нь $d > \frac{4}{11}$ байх тоонуудын хамгийн бага. $\frac{4}{11} - k'$ болон $d' - \frac{4}{11}$ хоёрыг жиш.

IX-A3 (Б.Эрдэнэбаяр) $x, y > 0$ бодит тоонуудын хувьд $2xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} \Rightarrow 4\sqrt{x + \frac{1}{xy}}$ тэнцэтгэл бишийг батал.

IX-B1 (Н.Дайвий-Од) ABC гурвалжинд багтсан тойрог AB, BC, CA талуудыг харгалзан F, D, E цэгүүдээр шүргэнэ. AD хэрчим уул тойрогтой огтлолцох хоёр дахь цэгийг Q гэвэл EQ шулуун нь $AC = CB$ байх зөвхөн тэр үед л AF хэрчмийг таллан хуваана гэж харуул.

IX-B2 (Н.Дайвий-Од) $1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, \dots$ дараалал $\{1\}, \{2, 4\}, \{5, 7, 9\}, \{10, \dots\}$ гэх мэтээр байгуулагджээ. Энэ дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог $x_n = 2n - \lfloor \frac{1 + \sqrt{8n-7}}{2} \rfloor$ ($\lfloor x \rfloor$ нь x тооноос үл хэтрэх хамгийн их бүхэл тоо) гэж батал.

IX-B3 (Н.Дайвий-Од) (a, b, c) эерэг бүхэл тоон гурвалыг 1) ХИЕХ $(a, b, c) = 1$, 2) $a^n + b^n + c^n$ нь $a + b + c$ -д хуваагдаж байвал n эрэмбэлэг гэж нэрлэе.

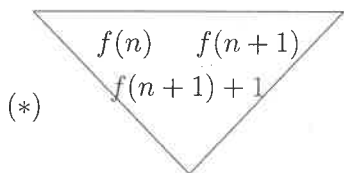
а) $\forall n \in N$ -ийн хувьд n эрэмбэлэг байх бүх гурвалыг ол.

б) 2004, 2005 эрэмбэлэг атлаа 2007 эрэмбэлэг биш байх бүх гурвалыг ол.

IX-A1 Өгөгдсөн гурвалжины элемент бүр дээр 2-ийг нэмээд 3-д хуваахад дэс дараалсан натурал тоонуудаас тогтох дараах гурвалжин үүснэ (зураг).

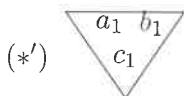
		1		
	2		3	
	4		5	6
7	8		9	10
11	12	13	14	15

Үүсэх гурвалжны n -р мөрийн эхний тоог $f(n)$ гэвэл
 $f(n) = \frac{n(n-1)}{2} + 1$ байна.



гурвалжны тоонуудын нийлбэр нь
 $f(n) + f(n+1) + f(n+1) + 1 =$
 $= \frac{(n-1)n}{2} + 1 + \frac{(n-1)n}{2} + 2 + \frac{n(n+1)}{2} +$
 $= \frac{n(3n-1)}{2} + 5$ болно. $a + b + c = 200$
 $\frac{(a+2)+(b+2)+(c+2)}{3} = 671$ юм.

Иймд дээрх гурвалжнаас $a_1 + b_1 + c_1 = 671$ ба $a_1 = \frac{a+2}{3}$, $b_1 =$



$\frac{b+2}{3}$, $c_1 = \frac{c+2}{3}$ байх гурвалжныг олох бодлогод шил-
 жинэ. (1) $\frac{n(3n-1)}{2} + 5 \leq 671 < \frac{(n+1)(3n+2)}{2} + 5$ байх n -ийг (өөрөөр
 хэлбэл мөрийн дугаар) олж. (1) $\Leftrightarrow 3n^2 - n \leq 1337 < 3n^2 + 5n + 2$ ба
 энэ тэнцэтгэл бишийг хангах натурал тоо $n = 21$ -ээс өөр олдох-
 гүйг шалгаж болно. Эндээс (*) гурвалжны тоонуудын нийлбэр
 656 гэж олдох ба $656 + 3k = 671 \Rightarrow k = 5$ болно. Энэ нь (*)
 гурвалжны байршилийг заах тоо юм. $a_1 = f(21) + 5 = 256$, $b_1 =$
 217 , $c_1 = 238$ ба эндээс $(a, b, c) = (646, 649, 712)$ боллоо.

IX-A2 Тодорхойлолт $0 < \frac{a}{b} < 1$ ба $b \leq n$ байх үл хурааг-
 дах $\frac{a}{b}$ бутархайнуудыг өсөх эрэмбээр бичсэн гээ. Ингэхэд үүсэх
 F_n дарааллыг Фарегийн дараалал гэнэ. Фарегийн дараалалд да-
 раах чанар биелдэг.

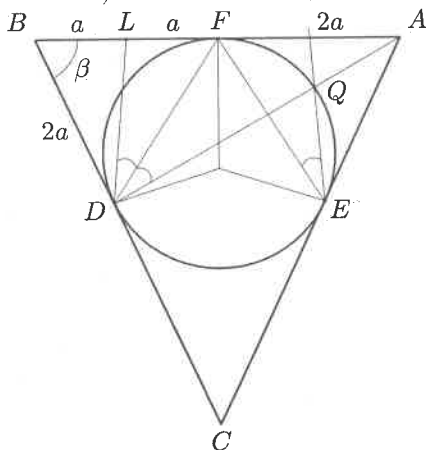
Лемм $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ нь Фарегийн дарааллын дараалсан гишүүд бол
 $bc - ad = 1$ байна.

Баталгаа $\frac{a}{b} < \frac{a}{b-1} \leq \frac{a+1}{b} \Rightarrow a + 1 \leq b$ эндээс $b \neq d$ гэж гарна.
 n -ээр индукцлэе. $n = 3$ үед $F_3 : \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ ба эдгээрийн хувьд дээрх
 чанар илэрхий биелэнэ. $(n - 1)$ -р алхамаас n -ээр алхамд индук-
 цийн шилжилтийг дараах байдлаар гүйцэтгэе. F_{n-1} дараалал
 дээр $\frac{k}{n}$ хэлбэрийн бутархайнууд нэмэгдэж F_n дараалал үүснэ.
 Шинээр нэмэгдэх 2 тоо хөрш байж таарахгүй ($b \neq d$ гэдгийг
 саная). Иймд $\frac{a}{b} < \frac{k}{n} < \frac{c}{d}$ ба $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ нь F_{n-1} -ийн хөрш тоонууд.
 $A = kb - an$ ба $B = dn - kd$ болог. $A, B > 0$ байна. $A = B = 1$
 гэж баталбал лемм батлагдана. Эсрэгээс нь аль нэг нь 1-ээс
 их гээ. $b + d = bB + dA = (bc - ad)n = n$ болох ба эндээс
 $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ болж $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ нь хөрш бутархайнууд гэдэгт зөрчил
 үүснэ. Лемм батлагдав. Одоо үндсэн бодлогынхоо бодолтонд
 орж. $k = \frac{a}{b} < \frac{4}{11} < \frac{c}{d} = k'$, $a + b \leq 2006$, $c + d \leq 2006$ байх

дэс дараалсан Фарегийн бутархайнуудыг олж $k' - \frac{4}{11} = \frac{c}{d} - \frac{4}{11} = \frac{11c-4d}{11d} = \frac{1}{11d}$ ба $\frac{4}{11} - k = \frac{4}{11} - \frac{a}{b} = \frac{4b-11a}{11b} = \frac{1}{11b}$ тоонуудыг жишнэ. Энд Лемм ашиглан $11c - 4d = 4b - 11a = 1$ гэж үзсэн болно. $4b - 11a = 1$ шугаман диофант тэгшитгэлийн ерөнхий шийд $b = 3 - 11t$, $a = 1 - 4t$, $t \in Z$ гэж олдох ба $\frac{a}{b} = \frac{1-4t}{3-11t} < \frac{4}{11}$, $t \in Z$ байх $\frac{a}{b}$ хэлбэрийн бутархайнуудаас хамгийн их нь $t = 0$ байхад буюу $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$, $1 + 3 \leq 2006$ гэж олдоно. Үүнтэй адилаар $\frac{c}{d} = \frac{3}{8}$ гэж гарна. $(11c - 4d = 1)$ шугаман диофант тэгшитгэлийн ерөнхий шийд $c = 3 - 4t$, $d = 8 - 11t$ $b = 3$, $d = 8$ ба $b < d$ учир $\frac{1}{11d} < \frac{1}{11b}$ эндээс $(k' - \frac{4}{11}) < (\frac{4}{11} - k)$ болно.

IX-A3 $\frac{1}{xy} = z > 0$ гэвэл $xyz = 1$ болох ба батлах тэнцэтгэл биш маань $(1) 2xy + yz + xz + z > 4\sqrt[4]{x+z}$ хэлбэртэй болно. (1) -ийн зүүн талын илэрхийлэлд Кошийн тэнцэтгэл биш хэрэглэвэл $y(x+z) + xy + xz + z \geq 4 \cdot \sqrt[4]{y(x+z)xyz \cdot z} = \sqrt[4]{x^2y^2z^2(x+z)} = \sqrt[4]{x+z}$ болж батлах зүйл гарна. $y(x+z) = xy = xz = z$ үед тэнцэлдээ хүрэх ёстой. Гэвч эндээс $z + 1 = z$ гэсэн шийдгүй тэгшитгэл гарна. Иймд дээрх тэнцэтгэл биш нь тэнцэлдээ хүрэхгүй, өөрөөр хэлбэл эрс тэнцэтгэл биш юм.

IX-B1 а) $AC = CB$ байг.



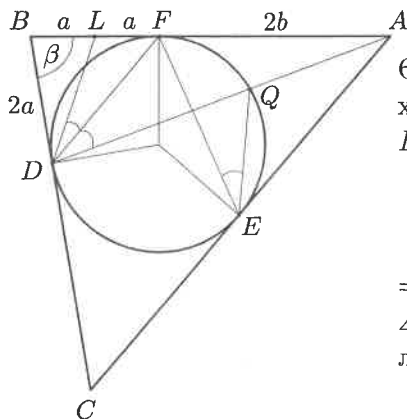
$FQED$ нь тойрогт багтсан дөрвөн өнцөгт учир $\angle FEQ = \angle FDQ$ болно. Хэрэв BF хэрчмийн дундажийг L гээд $\angle LDF = \angle FDA$ гэж харуулж чадвал $\angle LDF = \angle FDQ = \angle FEQ$ болж EQ нь FA -г мөн таллан хуваадаг гэж батлагдана. Одоо $\angle LDF = \angle FDA$ гэж харуулахын тулд LDA

гурвалжныг D өнцгийн биссектрисс нь DF гэж харуулах, энэ нь биссектриссийн чанараар $DL : AD = LF : AF$ гэж харуулах хэрэгтэй гэж гарна $AC = CB$ учир $LF : AF = 2^{-1}$. Одоо $DL : AD = 2^{-1}$ гэж харуулъя. Косинусийн теоремийг BAD , BFD

гурвалжнуудад хэрэглэвэл $AD^2 = (4a)^2 + (2a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot 2a \cdot \cos \beta$
 $DL^2 = (2a)^2 + (a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos \beta$ (энд B орой дахь өнцөг β , $2BL = 2LF = BF = BD = FA = a$)

$$AD^2 = 20a^2 - 16a^2 \cdot \cos \beta \Rightarrow \frac{AD^2}{DL^2} = 4; \quad \frac{AD}{DL} = 2 \text{ болж батлагдав.}$$

б) $AC \neq CB$ байг. ($BC < AC$)



Өмнөхтэй адил тэмдэглэгээ хийвэл $2a = 2BL = 2LF = BD < 2b = AF$ болно. Эндээс $AD^2 = (2a + 2b)^2 + (2a)^2 - 2 \cdot (2a) \cdot (2a + 2b) \cdot \cos \beta$
 $DL^2 = (2a)^2 + (a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos \beta$
 $\Rightarrow \frac{AD}{DL} > 2$, эндээс $\angle LDF < \angle FDA = \angle FEQ$. Иймд EQ шулуун FA -г хагаслан хуваахгүй.

IX-B2 $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 4\}$, $A_3 = \{5, 7, 9, \dots\}$, $A_4 = \{10, \dots\}$ болог. A_n олонлогийн хамгийн сүүлчийн элемент нь n^2 байхыг индукц ашиглан хялбархан тогтоож болно. Түүнчлэн $|A_n| = n$ байх нь илэрхий. A_k олонлогийн хамгийн сүүлчийн тоо k^2 нь өгөгдсөн дарааллын t_k -р гишүүн болдог гэвэл $t_k = \frac{k(k+1)}{2}$ байх ба $a_n \in A_{k+1} \Leftrightarrow (1) n = \frac{k(k+1)}{2} + q$, $1 \leq q \leq k+1$ юм. Энэ тохиолдолд (2) $a_n = k^2 + 2q - 1$ байна. (1)-ээс q -г олж (2)-д орлуулбал (3) $a_n = 2n - (k+1)$ болно. Мөн (1)-ээс $8n - 7 = (2k+1)^2 + 8(q-1)$ ба $0 \leq q-1 \leq k$ болно. Эндээс $(2k+1)^2 \leq 8n - 7 \leq (2k+1)^2 + 8k < (2k+3)^2 \Rightarrow 2k+1 \leq \sqrt{8n-7} < 2k+3 \Rightarrow 2k+2 \leq 1 + \sqrt{8n-7} < 2k+4 \Rightarrow k+1 \leq \frac{1+\sqrt{8n-7}}{2} < k+2 \Rightarrow k+1 = \left\lfloor \frac{1+\sqrt{8n-7}}{2} \right\rfloor$ болно. (3)-д орлуулбал $a_n = 2n - \left\lfloor \frac{1+\sqrt{8n-7}}{2} \right\rfloor$ болж батлах зүйл гарна.

IX-B3 а) (a, b, c) нь $\forall n \in N$ -ийн хувьд n эрэмбэлэг бол

$$s = a + b + c \quad (1)$$

гэхэд $a^2 + b^2 + c^2 \equiv 0(s)$ ба $a^3 + b^3 + c^3 \equiv 0(s)$ -ээс

$$2(ab + bc + ca) \equiv 0(s) \quad (2)$$

ба

$$3abc \equiv 0(s) \quad (3)$$

гэж тус тус олно. Хэрэв $p \mid s$, $p \in P$, $p > 3$ бол (3)-аас $a \equiv 0(p)$ гэж үзэж болох тул (2)-оос $2bc \equiv 0(p)$ болно. Иймд $p \mid b$ гэвэл (1)-ээс $c \equiv 0(p)$ болж $p \mid (a, b, c)$ гэсэн зөрчилд хүргэнэ. Иймд $s = 2^\alpha 3^\beta$, $\alpha, \beta \geq 0$ болно. (3)-аас

$$3abc \equiv 0(2^\alpha 3^\beta) \quad (4)$$

Хэрэв $\beta \geq 2$ бол $a \equiv 0(3)$ байг. Иймд (2)-оос $2bc \equiv 0(3)$, $b \equiv 0(3)$ гэвэл (1)-ээс мөн $c \equiv 0(3)$ гэж гарах ба $3 \mid (a, b, c)$ гэсэн зөрчилд хүрнэ.

Хэрэв $\alpha \geq 2$ бол мөн адил зөрчилд хүргэнэ. Үүгээр $s = 2^\alpha 3^\beta$, $a \leq \alpha, \beta \leq 1$ буюу $3 \leq a + b + c = 6 \vee 3 \vee 2 \vee 1$ болох тул болох тул $(a, b, c) \in \{(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1), (1, 1, 1)\}$ гэж гарна.

б). $s_n = a^n + b^n + c^n$, $s_{2004} \equiv 0(s)$, $s_{2005} \equiv 0(s)$ байг. $s_{2007} \equiv -(b + c)a^{2006} - (c + a)b^{2006} - (a + b)c^{2006} \equiv -(ab + bc + ca)s_{2005} + abcs_{2004} \equiv 0(s)$

ММО-42, IX ангийн IV даваа

Ч.Гантөмөр

IX-A1. (Н.Дайвий-Од, П.Ренчинбал). $m, n, s, t \in N$ ба $m, n, s, t \leq 20$, $mn - st = 1$ байх бүх (m, n, s, t) -дөрвөлийн тоог ол.

IX-A2. (Н.Аргилсан). $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгт дотор M цэг авав. Хэрэв AMB ба CMD гурвалжнууд нь адил хажуут ба $\angle AMB = \angle CMD = 120^\circ$ бол уг дөрөв өнцөгт дотор $\triangle BNC$ ба $\triangle DNA$ нь зөв гурвалжин байхаар N цэг олдохыг харуул.

IX-A3 (Г.Батзаяа). Аливаа натурал n -ийн хувьд аль нь ч хоёр бүхэл тооны квадратуудын нийлбэрт тавигдахгүй дэс дараалсан n ширхэг тоо олдохыг батал.

IX-B1 (Н.Аргилсан, Б.Эрдэнэбаяр). $1, 2, \dots, n$ тоонууд сэлгэмэлд буурах эрэмбээр байрлах (дараалсан байх нь албагүй) 10 тоог тэмдэглэж болж байвал уг сэлгэмэлийг "муу" гээ. Үлдэх сэлгэмэлүүдийг "сайн" гээ. "Сайн" сэлгэмэлүүдийн тоо 81^n -ээс хэтрэхгүй гэж батал.

IX-B2 (З.Батбаяр). $a, b, c > 0$ ба $abc = 1$ бол

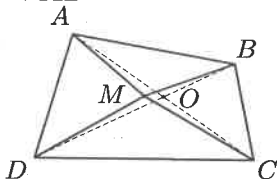
$$4 \left(\sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{c}} + \sqrt[3]{\frac{c}{a}} \right) \leq 3 \cdot \left(2 + a + b + c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^{\frac{2}{3}}$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

IX-B3 (Э.Азжаргал). ABC гурвалжны AB, BC, CA талууд дээр харгалзан C_1, A_1, B_1 цэгүүдийг авав. M нь хавтгайн дурын цэг ба MA шулуун B_1AC_1 гурвалжныг багтаасан тойрогтой A_2 цэгт, MB шулуун C_1BA_1 гурвалжныг багтаасан тойрогтой B_2 цэгт, MC шулуун A_1CB_1 гурвалжныг багтаасан тойрогтой C_2 цэгт тус тус огтолцох бол M, A_2, B_2, C_2 цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.

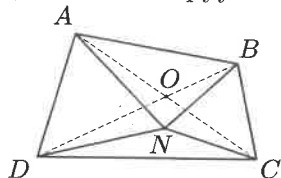
IX-A1 Энэ бодлого нь шууд тоолоход нэг их төвөггүй нөхцөлөөр ($m, n, s, t \leq 20$) өгөгдсөн учраас олон сурагчид бодлогын нөхцөлийг хангах бутархайнуудыг халз тоолсон байлаа. Бодлого зохиогчын өөрийн нь өгсөн бодолт ч шавхаж тоолсон байна. Жишээ нь $m = 1, 2, \dots, 20$ хүртэлх утгуудыг бэхлээд утга тус бүрд харгалзах бутархайнуудыг тоог олоход төвөггүй билээ. Бодлогын хариу нь тийм бутархайнуудын тоо нь 470 гэж гарна. Цаашид иймэрхүү төрлийн зөвхөн тооцоо болон цаг шаардсан бодлогыг олимпиадад дэвшүүлэх нь буруу мэт бөгөөд энэ бодлогыг сонгон оруулсан нь хариуцагч миний алдаа байжээ.

IX-A2



$ABCD$ гүдгэр 4 өнцөгтийн дотор бодлогын нөхцлийг хангах M цэгийг авсан ба AC , BD диагоналуудын огтолцолын цэг O болог (Зураг 1).

$\angle AMB = \angle CMD = 120^\circ$ ба $|AM| = |MD|$, $|CM| = |MD|$ гэдгээс $\angle AMC = \angle BMD$ буюу $\triangle AMC$ нь $\triangle BMD$ -тэй тэнцүү болно. $\angle OAM = \angle OBM$ учраас $ABOM$ дөрвөн өнцөгт тойрогт багтана. Эндээс $\angle AMB = \angle AOB = 120^\circ$ гэж гарна. Одоо $\triangle BNC$ ба $\triangle DNA$ нь зөв гурвалжин байхаар N цэг $ABCD$ дөрвөн өнцөгт дотор олдохыг харуулъя.



$\triangle ADN$ зөв гурвалжин байхаар N цэг сонгон авъя. (Зураг 2) Тэгвэл $\triangle CNB$ зөв гурвалжин байхыг батлая.

Үнэхээр $\angle AND = 60^\circ = 180^\circ - 120^\circ = 180^\circ - \angle AOB = \angle AOD$ гэдгээс $ANOD$ дөрвөн өнцөгт тойрогт багтана. Иймд $\angle OAN = \angle ODN$. Нөгөө талаас $AC = BD$ ба $AN = DN$ учир $\triangle ANC$ ба $\triangle DNB$ тэнцүү, өөрөөр хэлбэл $CN = NB$. Түүнчлэн $\angle ANC = \angle BND$ гэдгээс $\angle CNB = 60^\circ$ болно. Ийнхүү $\triangle CNB$ зөв гурвалжин болох нь батлагдав.

IX-A3 $p = 4k - 1$, $k = 1, 2, \dots$ дараалалд анхны тоо төгсгөлгүй олон байдаг. (Математикийн мэргэжлийн курс-I номоос хар) учраас аливаа натурал n тооны хувьд ялгаатай n ширхэг $4k - 1$ хэлбэрийн анхны тоо олдоно. Эдгээр нь p_j , $j = 1, 2, \dots, n$ болог. $(p_j, p_i) = 1$ учир үлдэгдлийн тухай Хятадын теорем ёсоор $x = p_j - j(\text{mod } p_j^2)$, $j = 1, \dots, n$ систем шийдтэй. Одоо $x + j$, $j = 1, 2, \dots, n$ тоонууд бидний олох ёстой тоонууд болохыг батлая.

$$p_j | x + j, \quad p_j^2 \nmid x + j \quad (1)$$

байна. Эсрэгээс нь $\exists a, b \in \mathbb{Z}$ ба $x + j = a^2 + b^2$ гэж үзье. Хэрэв $p_j | a$ бол $p_j | b$ байх ба эндээс $p_j^2 | x + j$ болж (1)-д зөрчинө. Иймд $(a, p_j) = 1$. Эндээс $a^2 \equiv -b^2(\text{mod } p_j) \Rightarrow (a^2)^{\frac{p_j-1}{2}} \equiv$

$(-b^2)^{\frac{p_j-1}{2}} \pmod{p_j} \Leftrightarrow a^{p_j-1} \equiv 1 \equiv -1 \equiv -b^{p_j-1} \pmod{p_j} \Leftrightarrow p_j = 2$
 болж зөрчилд хүрнэ. Ийнхүү $\exists a, b \in \mathbf{Z}, \quad x+j = a^2 + b^2, \quad j = 1, \dots, n$ боллоо.

IX-B1 $\sigma = (i_1, \dots, i_n) = (\sigma(1), \dots, \sigma(n))$ сэлгэмэлээс $a = (a_1, \dots, a_n)$, $b = (b_1, \dots, b_n)$ гэсэн хоёр n -тыг зохиоё. i тооны гүн a_i гэдэг нь сүүлчийн тоо нь i байх σ дахь хамгийн урт буурах дэд дарааллын урт, харин j -р байрын гүн b_j гэдэг нь сүүлчийн тоо нь j -р байранд байгаа $\sigma(j)$ тоо байх σ дахь хамгийн урт буурах дэд дарааллын урт байг, өөрөөр хэлбэл

$$b_j - a_{\sigma(j)} \quad (1)$$

(1)-ээс a ба b нь адил бүтэцтэй n -түүд байна гэж гарна. $1 \leq a_i, \quad b_j \leq n$ байх нь илэрхий. Үүгээр бид $\sigma \in S_n$ бүрт адил бүтэц бүхий n -түүдийн хос (a, b) -г харгалзууллаа. Энэ харгалзаа харилцан нэг утгатай болохыг харуулъя. b_j -ийн b дахь давтамж нь 1 бол (1) биелэх a_i ганц байна, $i = \sigma(j)$ гэж авна. b_j -ийн b дахь давтамж нь 1-ээс их бол $b_j = b_k, \quad j < k$ байг. Тэгвэл (1) ёсоор

$$b_j = a_{\sigma(j)} = b_k = a_{\sigma(k)} \quad (2)$$

байхын тулд $\sigma(j) < \sigma(k)$ гэж авна. Эсрэг тохиолдолд $\sigma(k) < \sigma(j)$ гэж авбал $a_{\sigma(j)} + 1 \leq a_{\sigma(k)}$ болох тул (2)-д зөрчинө. Иймд зөвхөн адил бүтэц бүхий хос (a, b) -д л ганц $\sigma \in S_n$ харгалзлаа. "Сайн" сэлгэмлийн хувьд $1 \leq a_i, \quad b_j \leq 9$ тул нийт (a, b) хосын тоо $(9^n)^2 = 81^n$ байх ба тэдгээр хосын аль нь ч нэгээс илүүгүй сэлгэмлийг тодорхойлно.

IX-B2 $2 + a + b + c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 + abc + a + b + c + ab + bc + ca = (1+a)(1+b)(1+c)$ байна. $a = \frac{x}{y}, \quad b = \frac{y}{z}, \quad c = \frac{z}{x}$ орлуулга хийе. ($abc = 1$ байх тоонуудын хувьд дээрх орлуугыг хийж болно)

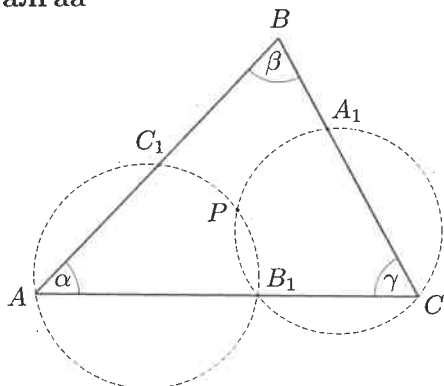
Тэгвэл батлах тэнцэтгэл биш нь : $4 \left(\sqrt[3]{\frac{xy}{y^2}} + \sqrt[3]{\frac{yz}{z^2}} + \sqrt[3]{\frac{zx}{x^2}} \right) \leq 3 \left((1 + \frac{x}{y})(1 + \frac{y}{z})(1 + \frac{z}{x}) \right)^{\frac{2}{3}}$ буюу $4(xy + yz + zx) \leq 3((x+y)(y+z)(z+x))^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow 64(xy + yz + zx)^3 \leq 27(x+y)^2(y+z)^2(z+x)^2$ тэнцэл биштэй эквивалент юм. $(x+y)(y+z)(z+x) = (x+y+z)(xy + yz + zx) - xyz$ болохыг ашиглая.

$(x+y+z)(xy+yz+zx) \geq 9xyz = 9(x+y+z)(xy+yz+zx) - 9(x+y)(y+z)(z+x) \Leftrightarrow 9(x+y)(y+z)(z+x) \geq 8(x+y+z)(xy+yz+zx)$ болно.
 Энэ нь $81(x+y)^2(y+z)^2(z+x)^2 \geq 64(x+y+z)^2(xy+yz+zx)^2 \geq 64 \cdot 3(xy+yz+zx)(xy+yz+zx)^2 \Leftrightarrow 27(x+y)^2(y+z)^2(z+x)^2 \geq 64(xy+yz+zx)^3$ болж бидний батлах тэнцэл биш гарна. Энд $(x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx)$ байхыг ашиглав.

IX-B3

Лемм $\triangle ABC$ гурвалжны AB , BC ба CA талууд дээр харгалзан C_1 , A_1 ба B_1 цэгүүдийг авахад $\triangle AC_1B_1$, $\triangle BC_1A_1$ ба $\triangle CA_1B_1$ гурвалжнуудыг багтаасан тойргууд нэг цэгт огтолцоно.

Баталгаа



$\triangle AC_1B_1$ ба $\triangle CA_1B_1$ гурвалжнуудыг багтаасан тойргууд P цэгт огтлолцоно гэе (зураг 1.) $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$ гэвэл $\angle C_1PB_1 = 180^\circ - \alpha$, $\angle B_1PA_1 = 180^\circ - \gamma$ ба $\angle C_1PA_1 = 360^\circ - (180^\circ - \alpha) - (180^\circ - \gamma) = \alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$ байна.

Эндээс $\angle C_1PA_1 + \angle C_1BA_1 = 180^\circ$ буюу $\triangle BC_1A_1$ гурвалжныг багтаасан тойрог P цэгийг дайрна.

Дээр дурьдсан лемм ёсоор $\triangle AC_1B_1$, $\triangle BA_1C_1$ ба $\triangle CA_1B_1$ гурвалжнуудыг багтаасан тойргууд нэг цэгт огтолцох ба уг цэгийг нь P гэе. (зураг 2) A_2PC_2M дөрвөн өнцөгт тойрогт багтана. Үнэхээр $\angle PA_2M = 180^\circ - \angle AA_2P = \angle AC_1P = 180^\circ - \angle BC_1P = \angle BA_1P = 180^\circ - \angle PA_1C = \angle PC_2C = 180^\circ - \angle PC_2M$ ба эндээс $\angle PA_2M + \angle PC_2M = 180^\circ$ юм. Үүнтэй адилаар A_2PB_2M ба B_2PC_2M дөрвөн өнцөгтүүд тойрогт багтахыг харуулж болно. Ийнхүү A_2, B_2, C_2, P, M гэсэн 5 цэг нэг тойрог дээр оршино.

Х анги III даваа

Б.Батбаясгалан

Х-А1 (Б. Батбаясгалан). m, n өгөгдсөн натурал тоонууд байг.

Хавтгайн ямар ч N ширхэг гүдгэр олон өнцөгтөөс аль ч 2 нь бие биенээ дотроо агуулдаггүй m ширхэг олон өнцөгт, эсвэл аль ч 2-ийнх нь нэг нь нөгөөгөө дотроо агуулдаг n ширхэг олон өнцөгт олддог байх хамгийн бага N тоог ол.

Х-А2 (Б. Батбаясгалан). $S(n)$ -ээр n тооны цифрүүдийн нийлбэрийг тэмдэглэе. Ямар ч натурал a тооны хувьд $S(2006 \cdot a) \leq 8 \cdot S(a)$ болохыг батал.

Х-А3 (Б. Батбаясгалан). Хавтайд ABC гурвалжин ба түүний гадна P цэг өгөгдөв. AP, BP, CP шулуунууд нь BC, CA, AB шулуунуудтай харгалзан D, E, F цэгүүдэд огтлолцдог ба PBD, PCE, PAF гурвалжнуудын талбайнууд хоорондоо тэнцүү бол эдгээрийн талбай нь ABC гурвалжны талбайтай тэнцүү гэж батал.

Х-В1 (Б. Батбаясгалан). Хаус хэлний цагаан толгой x, a, y, c гэсэн дөрвөн үсэгтэй. Хоёр гийгүүлэгч зэрэгцэн ороогүй ямар ч үг тус хэлний үг болох бол Хаус хэлэнд n -урттай хичнээн үг байх вэ?

Х-В2 (Б. Батбаясгалан). $(a, b) = 1$ бол $a^2 + b^2$ тооны натурал хуваагч бүрийг 2 бүтэн квадратын нийлбэрт тавьж болохыг батал.

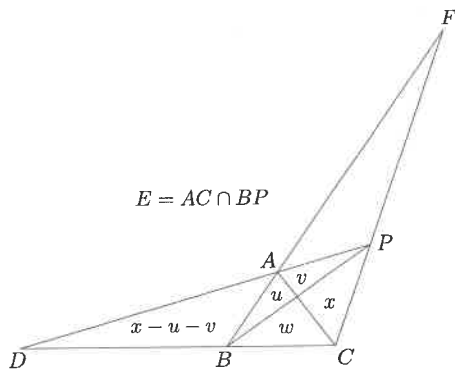
Х-В3 (Б. Батбаясгалан). Талууд нь $AB \cdot BC \geq AC^2$ нөхцөлийг биелүүлэх ABC гурвалжныг багтаасан тойрог дээр $BM = AM + MC$ байх M цэг олдохыг батал.

Х-А1. Аль ч 2-ийнх нь нэг нь нөгөөгөө дотроо агуулдаг олон өнцөгтүүдийг гинж, гинжид орж байгаа олон өнцөгтүүдийн тоог түүний урт гээ. Өгөгдсөн олон өнцөгт дотор байгаа хамгийн урт гинжийн уртыг уг олон өнцөгтийн эрэмбэ гээ. Тэгвэл ижил эрэмбэтэй хоёр олон өнцөгтүүдийн аль нь ч нөгөөгөө дотроо агуулах боломжгүй. Хэрэв бодлогын нөхцөлийг хангах олон өнцөгтүүд олдохгүй гэвэл олон өнцөгтийн эрэмбэ нь 0-ээс $n - 2$ -ийн хооронд

байх бөгөөд нэг ижил эрэмбэтэй олон өнцөгтийн тоо $m - 1$ -ээс хэтрэхгүй. Иймд $(n - 1)(m - 1) + 1$ олон өнцөгт байх ямар ч тохиолдолд Дирихлейн зарчмаар аль ч 2 нь бие биенээ дотроо агуулдаггүй m ширхэг олон өнцөгт, эсвэл аль ч 2-ийнх нь нэг нь нөгөөгөө дотроо агуулдаг n ширхэг олон өнцөгт оддоно. Нөгөө талаас хоорондоо үл огтлолцох $m - 1$ ширхэг $n - 1$ урттай гинжийн хувьд бодлогын нөхцөлийг биелүүлэх олон өнцөгтүүд олдохгүй. Иймд $N = (n - 1)(m - 1) + 1$

X-A2. $S(m + n) \leq S(m) + S(n)$ байна. Үнэндээ m ба n тоонуудыг баганаар нэмэхэд k удаа орон санасан гэвэл $S(m + n) = S(m) + S(n) - 9k$ байхыг m, n тоонуудын аравтын бичлэг дэх оронгийн тоогоор индукцлэн хялбархан батлаж болно. Эндээс $S(2006a) \leq S(2000a) + S(6a) = S(a + a) + S(a + a + a + a + a + a) \leq 8 \cdot S(a)$ болно. $S(6a) = 6 \cdot S(a)$ байхын тулд a -ийн аравтын бичлэгт 0, 1-ээс ялгаатай цифр оролцох боломжгүй. Нөгөө талаас зөвхөн 0, 1 цифрүүдээр бичигдэх тоонуудын хувьд анхын тэнцэл биелэнэ гэдгийг харахад хүнд биш. Иймд тэнцэл зөвхөн 0, 1 цифрүүдээр бичигдсэн a тооны хувьд л биелэх боломжтой.

X-A3. P нь бодлогын нөхцөлийг хангах цэг ба D, E, F нь PA, PB, PC шулуунууд BC, CA, AB шулуунуудтай огтлолцох цэгүүд гээ. $S_{BPD} = S_{CPE} = S_{APF} = x, S_{ABE} = u, S_{PAE} = v$ ба $S_{BCE} = w$ гээ.



Тэгвэл $S_{BAD} = x - u - v$ байна. $x = S_{ABC} = u + w$ гэж батлахад хангалттай. BD/DC , CE/EA ба AF/FB харьцаануудыг хоёр аргаар тооцоход дараах тэнцлүүд үүснэ:

$$\frac{x - u - v}{x - u + w} = \frac{x}{2x + w} \quad (1), \quad \frac{x}{v} = \frac{w}{u} \quad (2), \quad \frac{x}{x + u + v} = \frac{2x + v}{2x + u + v + w} \quad (3).$$

(1)-ээс $\frac{x}{2x+w} = \frac{u+v}{x+v}$ болно. (2)-оос v олж орлуулбал $x^2(w - u) = uw(3x + w)$ болно. (2)-ийг ашиглан (3)-ийг хялбарчилбал $x = \frac{w(w^2 - uw - u^2)}{u(2w + u)}$. Сүүлийн тэнцэлүүдээс x -ийг зайлуулбал:

$$(w - u)(w + u)(w^3 - 3uw^2 - 4u^2w - u^3) = 0.$$

Хэрэв $w = u$ бол (2)-оос $v = x$ болох ба (3)-аас $\frac{x}{2x+u} = \frac{3x}{3x+2u}$ буюу $2x + u = x + \frac{2u}{3}$ болж зөрчил үүснэ. Нөгөө талаас $w + u = 0$ байх боломжгүй тул $w^3 - 3uw^2 - 4u^2w - u^3 = 0$ болно. Эцэст нь

$$\begin{aligned} x &= \frac{w^3 - uw^2 - u^2w}{2uw + u^2} = \frac{u(3w + u)(w + u) - uw(u + w)}{u(2w + u)} \\ &= \frac{u(u + w)(2w + u)}{u(2w + u)} = u + w \end{aligned}$$

болж батлагдав.

X-B1. Хаус хэлний эгшигээр төгссөн n урттэй үгийн тоог A_n , гийгүүлэгчээр төгссөн n урттай үгийн тоог B_n гээ. Тэгвэл $A_{n+1} = 2A_n + 2B_n$, $B_{n+1} = 2A_n$ буюу $A_{n+1} = 2A_n + 4A_{n-1}$ болно. Нөгөө талаас $A_1 = 2$, $A_2 = 8$ байна. Энэ рекурент дарааллыг бодвол:

$$A_n = \left(\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{2} \right) \cdot (1 + \sqrt{5})^n + \left(-\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{2} \right) \cdot (1 - \sqrt{5})^n$$

Нөгөө талаас бидний олох тоо нь $A_n + B_n$ буюу $\frac{1}{2}A_{n+1}$ байна.

X-B2. $n|a^2 + b^2$ байг. n -ийг бүтэн квадрат биш гэж үзэж болно. Хоёулаа нэгэн зэрэг тэг биш $|x|$, $|y| \leq [\sqrt{n}]$ ба $n|x^2 + y^2$ байх x , y тоо олдохыг харуулъя. Тэгвэл $x^2 + y^2 \leq 2[\sqrt{n}]^2 < 2n$ ба

$x^2 + y^2$ нь n -ийн тэгээс ялгаатай давталт тул зөвхөн $x^2 + y^2 = n$ байх л боломжтой.

$(a, b) = 1$ тул $(n, b) = 1$ байна. Тэгэхээр n нь $x^2 + y^2$ -ийн хуваагч байх зайлшгүй бөгөөд хүрэлцээтэй нөхцөл нь $b^2x^2 + b^2y^2 = b^2x^2 - a^2y^2 + (a^2 + b^2)y^2 = (bx - ay)(bx + ay) + (a^2 + b^2)y^2$ тоог хуваах явдал болно. Мэдээж $n|bx - ay$ бол $n|x^2 + y^2$ байна. $bx - ay$, $0 \leq x, y \leq [\sqrt{n}]$ хэлбэрийн тоонуудыг авч үзье. Эдгээрийн тоо нь $([\sqrt{n}] + 1)^2 > n$ байна. Иймд дээрх тоонууд дотор n -д хуваахад ижил үлдэгдэл өгөх 2 тоо буюу $ax_1 - by_1$, $ax_2 - by_2$ тоонууд n -д ижил үлдэгдэл өгөх (x_1, y_1) , (x_2, y_2) хосууд олдоно. $x = x_1 - x_2$, $y = y_1 - y_2$ гэвэл $n|ax - by$ ба $|x| \leq \max(x_1, x_2) \leq [\sqrt{n}]$ ба төстэйгээр $|y| \leq [\sqrt{n}]$ байна. Нөгөө талаас x, y нь нэгэн зэрэг 0 биш гэдэг нь ойлгомжтой. Иймд $x^2 + y^2 = n$ болно.

Х-В3. $AB \cdot BC \geq AC^2$ тул AC нь гурвалжны хамгийн их тал биш. Иймд $AB \geq AC$ гэе. $f(M) = AM + MC - BM$ гэвэл $f(A) = AC - AB \leq 0$ ба $f(B) = AB + BC > 0$ тул $f(A) \cdot f(B) \leq 0$ болно. Нөгөө талаас M нь тойргийн цэгүүдээр гүйх үед f нь тасралтгүй тул $f(M) = 0$ байх M олдоно. Иймд $BM = AM + MC$ байх M цэг ABC гурвалжныг багтаасан тойрог дээр оршин байна.

Х анги IV даваа

Б.Батбаясгалан

Х-А1 (А. Ганбат). Нийлбэр нь N байх a, b, c, d, e, f натурал тоонуудын хувьд $ab + ac + bc = de + df + ef$ биелж байв. Хэрэв $N \mid abc + def$ бол N -г зохиомол гэж батал.

Х-А2 (А. Ганбат, Б. Батцэнгэл). m, n натурал тоонууд $n \times n$ хүснэгтийг сөрөг биш бүхэл тоонуудаар, аль ч 2 нь нэг мөр, нэг баганад үл орших n ширхэг тооны нийлбэр ямагт m гардаг байхаар хичнээн ялгаатай аргаар бөглөж болох вэ?

Х-А3 (Г. Батзая). ω_0 тойрог ω тойрог дотор оршино. ω_j , $j = \overline{1, 4}$ тойргууд тус бүр нь ω_0 , ω тойргуудыг шүргэнэ. ω_j , ω_i -ийн гадаад шүргэгчүүдийн огтлолцлын цэгүүд ($1 \leq i, j \leq 4$) бүгд нэг шулуун дээр оршино гэж батал. (ω_0 ба ω нь нэг төвтэй биш).

Х-В1 (А. Ганбат). p , q нь ялгаатай анхын тоонууд ба a , b нь ялгаатай натурал тоонууд бол $s \mid a^{pq} - b^{pq}$ ба $s \equiv 1 \pmod{pq}$ байх s -анхны тоо олдохыг батал.

Х-В2 (Г. Батзая). ABC гурвалжинд багтсан тойрог BC , AC , AB талуудыг харгалзан P , Q , R цэгүүдэд шүргэнэ. AA_0 , BB_0 , CC_0 өндрүүдийн дундаж цэгүүд харгалзан P_0 , Q_0 , R_0 бол PP_0 , QQ_0 , RR_0 шулуунууд нэг цэгт огтлолцоно гэж батал.

Х-В3 (В. Адъяасүрэн). a , b , c нь $a + b + c = 1$ байх эерэг тоонууд бол

$$(1+a)\sqrt{\frac{1-a}{a}} + (1+b)\sqrt{\frac{1-b}{b}} + (1+c)\sqrt{\frac{1-c}{c}} \geq \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{(1+a)(1+b)(1+c)}{\sqrt{(1-a)(1-b)(1-c)}}$$

гэж батал.

Х-А1. $(a+d)(a+e)(a+f) = a^3 + a^2(d+e+f) + a(de+df+ef) + def = a^3 + a^2(d+e+f) + a(ab+ac+bc) + def = a^2(a+b+c+d+e+f) + abc + def$ болно. Иймд $N \mid (a+d)(a+e)(a+f)$ болно. N анхны гэвэл $a+d$, $a+e$, $a+f$ -н аль нэг нь N хуваагдана. Гэтэл $a+d$, $a+e$, $a+f < N$ учир N зохиомол байна.

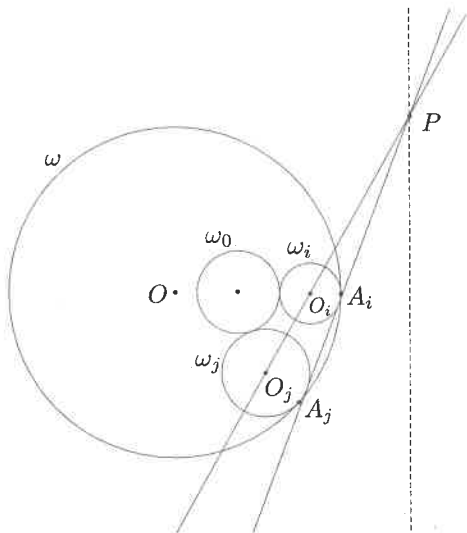
Х-А2. i -р мөр, j -р баганын элементийг a_{ij} гээ. Дурын k , l мөр ба дурын i , j баганын хувьд $a_{ki} + a_{lj} = a_{kj} + a_{li}$ байх нь тодорхой юм. Эндээс $a_{ki} - a_{kj} = a_{li} - a_{lj}$, $a_{ki} - a_{li} = a_{kj} - a_{lj}$ буюу аль ч 2 мөрийн ялгавар нь тэнцүү тоонууд, мөн аль ч 2 баганын ялгавар нь тэнцүү тоонууд байна гэж гарна. Хүснэгтэд бичигдсэн хамгийн бага тоог a_{pq} гээд $a_{pq} = a_p + b_q$ гээ. Хэрэв $a_{iq} - a_{pq} = a_i - a_p$ ба $a_{pj} - a_{pq} = b_j - b_q$ гэвэл $a_{ij} + a_{pq} = a_{iq} + a_{pj}$ тул $a_{ij} = a_i + b_j$ болно.

Өгөгдсөн $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ тоонуудын хувьд $a_{ij} = a_i + b_j$ гэвэл бодлогын нөхцөл нь $m = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{j=1}^n b_j$ болно. Энэ тэг-

шитгэлийн сөрөг биш бүхэл шийдийн тоо нь C_{m+2n-1}^{2n-1} байна. Нөгөө талаас $a_p = 0, a_p = 1, \dots, a_p = a_{pq}$ байх тохиолдлууд нь нэг ижил шийд өгөх тул эдгээрийн давхардлыг буюу $a_p \geq 1$ байх тохиолдлуудыг хасъя. Энэ үед $a_i \geq 1$ тул давхардлын тоо нь $m - n = \sum_{i=1}^n (a_i - 1) + \sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{j=1}^n b_j$ тэгшитгэлийн сөрөг биш бүхэл шийдийн тоотой тэнцүү буюу C_{m+n-1}^{2n-1} . Хариу: $C_{m+2n-1}^{2n-1} - C_{m+n-1}^{2n-1}$.

Х-А3. ω, ω_j тойргуудын төвүүд нь O, O_j ; ω_j тойрог ω -г A_j цэгт шүргэдэг гэе.

Лемма. ω_j, ω_i тойргуудын гадаад ерөнхий шүргэгчийн огтлолцлын цэг нь ω ба ω_0 тойргуудын радикал тэнхлэг дээр оршино.



$(O_j O_i \cap A_j A_i) = P$ гээд $\sqrt{PA_j \cdot PA_i} = r$ радиустай инверс авъя. $\omega \rightarrow \omega$ ба $\omega_j \rightarrow \omega'_j$ гэвэл ω'_j нь ω -г A_i цэгт шүргэх тойрогт буух ба төв нь $O_j P$ шулуун дээр орших тул $\omega'_j \equiv \omega_i$ болно. Өөрөөр хэлбэл $\omega_i \rightarrow \omega_j$ байх инверс нь ω тойргийг өөрт нь буулгана. Яг адилаар ω_0 -г бас өөрт нь буулгана гэдгээс ω_0 ба ω -д P цэгээс татсан шүргэгчүүд r буюу хоорондоо тэнцүү тул P цэг ω ба ω_0

тойргуудын радикал тэнхлэг дээр оршино.

Леммээс өгөгдсөн огтлолцлын цэгүүд бүгдээрээ ω ба ω_0 тойргуудын радикал тэнхлэг дээр орших болж батлах зүйл батлагдав. **X-B1** $a \neq b$ учир $(a, b) = 1$ гэж үзэхэд бодлогын ерөнхийлөл ал-

дагдахгүй ба $q > p$, $a > b$ гэж үзэж болно. $q \geq 3$, $p \geq 2$, $a \geq 2$, $b \geq 1$ болно. $(a, q) = (2, 3)$ үед $(b, p) = (1, 2)$ болох ба $s = 7$ гэж олно. Иймд $(a, q) \neq (2, 3)$ үед бодъё. $F_{pq}(a, b) = \frac{(a^{pq}-b^{pq})(a-b)}{(a^p-b^p)(a^q-b^q)}$ гэе. $F_{pq}(a, b) \in Z$ байх нь тодорхой. Дээрх нөхцлүүдийн хувьд дараах 3 өгүүлбэр үнэн.

Өгүүлбэр 1. $x \in Z$ ба $x \not\equiv 1 \pmod{q}$ бол $(\frac{x^q-1}{x-1}, q) = 1$

Баталгаа Эсрэгээс $(\frac{x^q-1}{x-1}, q) \neq 1$ гэе. $\Rightarrow q | x^q - 1$ болох ба Фермагийн бага теоремоор $q | x^{q-1} - 1 \Rightarrow q | x^{(q, q-1)} - 1 \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{q}$ зөрчил.

Иймд $(\frac{x^q-1}{x-1}, q) = 1$

Өгүүлбэр 2. $(a, q) \neq (2, 3)$ үед $F_{pq}(a, b) > \max(p, q) = q$ байна.

Баталгаа

$$F_{pq}(a, b) = \frac{(a^{pq}-b^{pq})(a-b)}{(a^p-b^p)(a^q-b^q)} = \frac{[(a^p)^{q-1} + (a^p)^{q-2}b^p + \dots + a^p(b^p)^{q-2} + (b^p)^{q-1}](a-b)}{a^q-b^q} \geq \frac{(a^p)^{q-1} \cdot 1}{a^q-b^q} \geq \frac{a^{2(q-1)}}{a^q-b^q} = \frac{a^q \cdot a^{q-2}}{a^q-b^q} \geq \frac{a^q \cdot q}{a^q-b^q} > q$$

Өгүүлбэр 3. $x \in Z$ ба $x \not\equiv 1 \pmod{q}$, $x^p \equiv 1 \pmod{q}$ бол $F_{pq}(x, 1) \not\equiv 0 \pmod{q^2}$ байна.

Баталгаа $x^p \equiv 1 \pmod{q} \Rightarrow x^p = q \cdot k + 1$, $k \in Z$ хэлбэртэй байна.

$$\frac{x^{pq}-1}{x^p-1} = (x^p)^{q-1} + (x^p)^{q-2} + \dots + x^p + 1 = (qk+1)^{q-1} + \dots + (qk+1) + 1 \equiv q + qk \cdot \sum_{i=1}^{q-1} i \equiv q(q^2). \text{ Өгүүлбэр 1 ёсоор } (\frac{x^q-1}{x-1}, q) = 1. \text{ Иймд}$$

$$(F_{pq}(x, 1) = (\frac{x^{pq}-1}{x^p-1}) \cdot (\frac{x^q-1}{x-1})^{-1} \not\equiv 0 \pmod{q^2}).$$

Лемм 1. $(a, q) \neq (2, 3)$ үед $\exists s \in P$: $s \nmid a^p - b^p$, $s \nmid a^q - b^q$, $s | a^{pq} - b^{pq}$ байна.

Баталгаа $F_{pq}(a, b) | a^{pq} - b^{pq}$ учир $r \in P$; $r | F_{pq}(a, b)$ хувьд $r | a^{pq} - b^{pq}$ ба $(a, b) = 1$ тул $(b, r) = 1$ байна. Бид r жишлэгээр $x = a \cdot b^{-1}$ гэж үзэж болох тул $\exists s \in P$: $s \nmid x^p - 1$, $s \nmid x^q - 1$, $s | x^{pq} - 1$ гэж батлахад хангалттай. $F_{pq}(a, b)$ -ийн дурын анхны тоон хуваагч r -г авъя. Энд $(a, b) = 1$ учир $x \not\equiv 1 \pmod{r}$. Эсрэгээс нь $x \equiv 1 \pmod{r}$ гэвэл $a \equiv b \pmod{r}$ болно. $a^p \equiv b^p$ ба $(a, b) = 1$ тул $(a, r) = 1$ болно.

$$F_{pq}(a, b) = \frac{(a^p)^{q-1} + (a^p)^{q-2}b^p + \dots + (b^p)^{q-1}}{a^{q-1} + \dots + b^{q-1}} \equiv q \cdot (a^p)^{q-1} \cdot (qa^{q-1})^{-1} \equiv$$

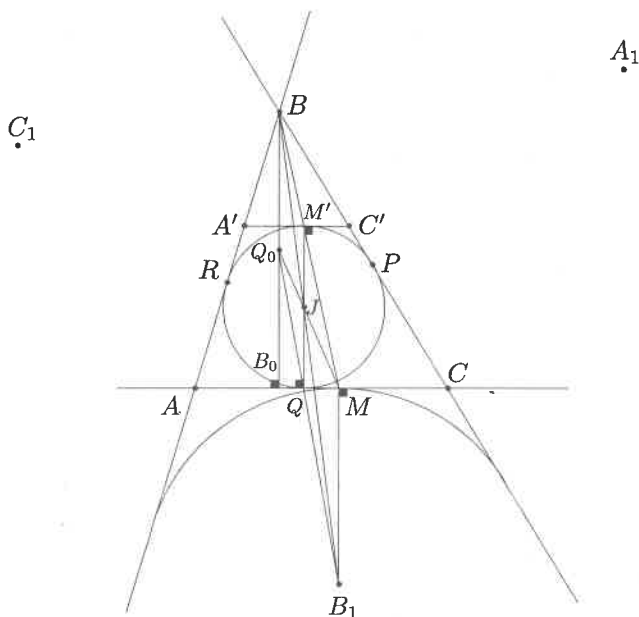
$a^{(p-1)(q-1)} \not\equiv 0(r)$. зөрчилд хүрэв. Иймд $x \not\equiv 1(r)$. $x \equiv a \cdot b^{-1}(r)$ гэвэл $r | x^{pq} - 1$ байна. $r \nmid x^p - 1$, $r \nmid x^q - 1$ бол r нь бидний олох тоо байна.

$\begin{cases} r | x^p - 1 \\ r | x^q - 1 \end{cases}$ бол $\Rightarrow r | x^{(p,q)} - 1 \Rightarrow x \equiv 1(r)$ ийм болж зөрчилд хүрэв. Иймд r нь $x^p - 1, x^q - 1$ -ийн яг нэгийг нь хуваадаг гэе. $r | x^q - 1$ ба $r \nmid x^p - 1$ гэе. $(r, \frac{x^p-1}{x-1}) = 1$, $x^q \equiv 1(r)$, $F_{pq}(x, 1) = \frac{(x^{pq}-1)(x-1)}{(x^p-1)(x^q-1)} = [(x^q)^{p-1} + (x^q)^{p-2} + \dots + x^q + 1] \cdot (\frac{x^p-1}{x-1})^{-1} \equiv p \cdot (\frac{x^p-1}{x-1})^{-1} \equiv 0(r) \Rightarrow r = p$ болно. $x^q \equiv 1(p)$ ба Фермагийн бага теоремоор $x^{p-1} \equiv 1(p)$. Иймд $x^{(q,p-1)} \equiv 1(p)$ болох ба $x \not\equiv 1(p)$ учир $q | p - 1 \Rightarrow p - 1 \geq q > p$ зөрчил үүсэв. $r \nmid x^q - 1$, $r | x^p - 1$ гэе. Дээрхийн адил бодвол $r = q$ болох ба $x^p \equiv 1(q)$. Иймд бид $x \not\equiv 1(q)$ гэдгийг тооцвол өгүүлбэр 3 ёсоор $F_{pq}(x, 1) \not\equiv 0(q^2) \Leftrightarrow F_{pq}(a, b) \not\equiv 0(q^2)$. Мөн өгүүлбэр 2 ёсоор $F_{pq}(a, b) > q$ тул $\exists s \in P : s \neq q$ ба $s | F_{pq}(a, b)$. Баталгааны явцаас s нь бидний олох ёстой тоо гэдэг нь тодорхой юм.

Лемм 2. $a = 2$, $b = 1$, $p = 2$, $q = 3$ -аас бусад үед $s \nmid a^p - b^p$, $s \nmid a^q - b^q$, $s | a^{pq} - b^{pq}$ байх анхны тооны хувьд $s \equiv 1 \pmod{pq}$ байна.

s анхны тооны хувьд $(s, a) \neq 1$ бол $s | a$ болох ба $s | a^{pq} - b^{pq}$ гэдгээс $s | b$ болно. Иймд $s | a^p - b^p$ болж зөрчил үүсэж байна. $(s, a) = 1$, $(s, b) = 1$ гэе. Тэгвэл $a^{pq} \equiv b^{pq} \pmod{s}$ -ийг $(ab^{-1})^{pq} \equiv 1 \pmod{s}$ гэж бичиж болно. $x = ab^{-1}$ гэе. $x^{s-1} \equiv 1 \pmod{s}$ ба $x^{pq} \equiv 1 \pmod{s}$ гэдгээс $x^{(s-1, pq)} \equiv 1 \pmod{s}$ болно. Гэтэл $s \nmid a^p - b^p$, $s \nmid a^q - b^q$ тул $(s-1, pq)$ нь p эсвэл q байх боломжгүй. Иймд $(s-1, pq) = pq$ буюу $pq | s-1$ тул $s \equiv 1 \pmod{pq}$ болов. Лемм 1 ба Лемм 2-оос бодлого шууд гарна.

Х-В2. Багтсан тойргийн төвийг J ; A , B , C оройнуудад харгалзах гадаад багтсан тойргийн төвүүдийг харгалзан A_1 , B_1 , C_1 гэе. JQ нь багтсан тойрогтой M' цэгт огтлолцдог гээд багтсан тойргийн M' цэгт шүргэгч татъя. Энэ шулуун AB ба BC -г харгалзан A' , C' цэгт огтлолдог, AC талын гадаад багтсан тойрог AC -г M цэгээр шүргэдэг гэвэл $M'Q \perp AC$, $M'Q \perp A'C'$ гэдгээс $\triangle A'BC' \sim \triangle ABC$ буюу $\frac{BM'}{BM} = \frac{r}{r_0}$ (1) (r , r_0 нь багтсан ба AC -д харгалзах гадаад багтсан тойргийн радиусууд).



Мөн $QJ = JM'$, $B_0Q_0 = Q_0B$, $BB_0 \parallel M'Q$ гэдгээс $\triangle MM'Q \sim \triangle MBB_0$. Эндээс Q_0 , J , M цэгүүд нэг шулуун дээр орших ба $\frac{JQ_0}{Q_0M} = \frac{BM'}{BM} = \frac{r}{r_b}$ (2) болно. $JQ \parallel MB_1$ ба (2) биелэх тул $\triangle Q_0JQ \sim \triangle Q_0MB_1$. Эндээс Q_0 , Q , B_1 цэгүүд нэг шулуун дээр оршино. Мөн $RQ \parallel C_1B_1$ гэдгээс $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle PQR$ тул QB_1 , PA_1 , C_1R цэгүүд нэг цэгт огтлолцоно. Энэ цэг гомотетын төв тул PP_0 , QQ_0 , RR_0 шулуунууд нэг цэгт огтлолцоно.

Х-В3. Энэ бодлого болон өмнөх жилийн Х-В2 бодлогын бодолтыг зохиогч В.Адъяасүрэн хийж чадаагүй байгаа тул эдгээр бодлогыг бодсон багш, сурагчид олимпиадын хороонд ирүүлнэ үү.

ММО-42, Багын багшийн III даваа

В.Адъяасүрэн

ББ-А1 (В.Адъяасүрэн). 210-д хуваагддаг, 1 болон өөрийг нь оролцуулаад 210 ялгаатай хуваагчтай байх бүх натурал тоог ол.

ББ-А2 (В.Адъяасүрэн). $1 \times 1 \times 1$ хэмжээтэй 6 өнгийн кубуудээр ямар ч $6 \times 1 \times 1$ эгнээнд бүх өнгийн куб байхуйцаар $6 \times 6 \times 6$ куб эвлүүлж болох уу?

ББ-А3 (В.Адъяасүрэн). x_1, x_2, y_1, y_2 нь бодит тоонууд бөгөөд $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$ байг.

$$(x_1 y_1 + x_2 y_2 - 1)^2 \geq (x_1^2 + x_2^2 - 1)(y_1^2 + y_2^2 - 1)$$

тэнцэтгэл биш биелнэ гэж батал.

ББ-В1 (В.Адъяасүрэн). n нь $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_{16} = n$ гэсэн 16 хуваагчтай ба $d_6 = 18, d_9 - d_8 = 17$ байв. n -ийн бүх утгыг ол.

ББ-В2 (В.Адъяасүрэн). $n^3 = \underbrace{\dots 11 \dots 11}_{2003}$ байх натурал n тоо олдох уу?

ББ-В3 (В.Адъяасүрэн). 11×11 хэмжээтэй өрөөг 1×1 хэмжээтэй 121 жижиг өрөөнүүдэд хуваагаад, өрөөнүүдийг тусгаарлагч хана бүрт 1,1 хаалга гаргав. Өрөө бүрт нэгээс илүүгүй улаан хаалга байхаар хамгийн олондоо хичнээн хаалгыг улаан өнгөөр будах вэ?

ММО-42, Багийн багшийн IV даваа

Д.Ганзориг

ББ-А1 (Б.Эрдэнэбаяр) $n^{\frac{1}{n-23}}$ нь бүхэл тоо байх бүх натурал n -г ол.

ББ-А2(Г.Оюундарь, Б.Батцэнгэл) Тойргийн AB диаметрт перпендикуляр l шулуун уг диаметрийг A, B -ээс ялгаатай N цэгт огтолно. l шулуун дээр M цэг авав. MA ба MB шулуунууд тойргийг A, B -ээс ялгаатай C, D цэгүүдээр тус тус огтолно. ND шулуун тойргийг D -ээс ялгаатай E цэгээр огтолдог бол $AC = AE$ гэж үзүүл.

ББ-А3(Ц.Нямсүрэн) Тэгш өнцөгт хүснэгийн нүднүүдэд нэг нэг тоо бичиж, ерөнхий талтай аль нэг хоёр нүдэн дэхь тоог 1-ээр ихэсгэх үйлдлээр: Хэрэв

а). 3×4 хүснэгтэд 1-12 тоог

б). 5×6 хүснэгтэд дараалсан 30 натурал тоо бичсэн бол бүх тоог ижил болгож болох уу? Болох бол харуул. Болохгүй бол яагаад.

ББ-В1(Д.Ганзориг) $n \leq 14$ байх $n \in \mathbb{N}$ ийн хувьд $x^{15} - 1$ -ийг хуваадаг n зэргийн бүхэл коэффициенттэй олон гишүүнт олдохыг үзүүл.

ББ-В2(Д.Ганзориг) $2^n - n^2$ нь 7-д хуваагдах $n < 10000$ байх n тоо хэд вэ?

ББ-В3(Д.Ганзориг) Хавтгай дээрх цэгүүдийн зарим нь хэрчмээр холбогдсон. Цэг бүр нь 2006-аас ихгүй хэрчмүүдийн төгсгөл бол хэрчмүүдийн төгсгөлүүд нь ялгаатай өнгөөр будагдсан байхаар 2007 өнгөөр будаж болохыг батал.

ББ-А1 $k = n^{\frac{1}{n-23}}$ гэвэл $n = 1$ үед $k = 1$. $2 \leq n < 23$ үед шийдгүй гэдгийг харуулъя. $k = \frac{1}{n^{23-n}}$ нь $0 < k < 1$ учир бүхэл биш. $n \neq 23$ байна. $n = 24, 25$ үед $k = 24, k = 5$ болох ба $n > 25$ үед шийдгүй гэдгийг харуулъя. $n \geq 28$ үед $2^{n-23} > n$ гэдгийг харуулъя. $n = 28$ үед $2^5 > 28$ илэрхий. $n - 1 \rightarrow n$ шилжилт хийе. $2^{n-23} > n \Rightarrow 2^{n-24} \cdot 2 > (n-1)2 > n$ болж батлагдах учир $1 < n^{\frac{1}{n-23}} < 2$ болж k нь бүхэл биш. $n = 26, 27$ үед k бүхэл биш гэдгийг хялбар шалгаж болно.

ББ-А2 I тохиол. M цэг тойргийн гадна байх үед AB -диаметр $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ ба $MN \perp AB \Rightarrow AD, BC, MN$ нь $\triangle AMB$ -ны өндрүүд 1 цэгт огтлолцоно. $HDBN$ -багтсан 4 өнцөгт $\angle ADE = \angle CBA \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AC} \Rightarrow AC = AE$.

II тохиол. M цэг тойргийн дотор байх үед $\angle ADB = \angle ACB = \angle MNA = 90^\circ \Rightarrow AD, BC, NM$ нэг цэгт огтлолцоно. Уг цэгийг H гээ. $ADMN$ -багтсан 4 өнцөгт $\angle MDN = \angle MAN \Rightarrow \overset{\sim}{BC} = \overset{\sim}{BE} \Rightarrow \overset{\sim}{AC} = \overset{\sim}{AE} \Rightarrow AC = AE$.

ББ-А3 а). Болно. нэгэн хувилбарыг харуулъя. 1-12 тоог хүснэгт 1-д харуулснаар байрлуулж 1 ба 5, 3 ба 7, 9 ба 11 тоонууд дээр заасан үйлдлийг гүйцэтгэвэл хүснэгт 2 үүснэ. Хүснэгтийн зэргэлдээ нүдэн дэхь тоонууд хос хосоороо тэнцүү болсон тул тэнцүү хосуудыг үйлдэлд оруулах замаар бүх тоог 12 болгож болно.

1	2	3	4
5	6	7	8
10	9	11	12

2	2	4	4
6	6	8	8
10	10	12	12

б). Ямар ч дараалсан 30 тооны 15 нь тэгш, 15 нь сондгой байх учир тэдгээрийн нийлбэр сондгой байна. 5×6 хүснэгтийн нүдийг зурагт харуулснаар хоёр өнгөөр будъя. Бодлогын нөхцөлд заасан үйлдлийг аль ч хоёр зэргэлдээ нүдний тоон дээр хийхэд тэдгээр тооны нэг нь хар нүд дэхь, нөгөө нь цагаан нүдэн дэхь тоо байна. Өөрөөр хэлбэл үйлдлийг хийх бүрд хар ба цагаан нүднүүд дэхь тоонуудын нийлбэр адилхан нэг нэгээр нэмэгдэх учир хар нүднүүд дэхь тоонуудын нийлбэр, цагаан нүднүүд дэхь тоонуудын нийлбэр хоёрын ялгавар заасан үйлдлээр өөрчлөгдөхгүй. Хэрэв бүх нүдэн дэхь тоо тэнцүү болбол нийт нийлбэр $12k$ буюу тэгш болно. Гэтэл дараалсан 30 тооны нийлбэр сондгой учир бодлогын нөхцөлд тавигдсан шаардлага биелэгдэхгүй.

ББ-В1 $x^{15} - 1 = (x^5 - 1)(x^{10} + x^5 + 1)$, $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ $x^{10} + x^5 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^8 - x^7 + x^5 - x^4 + x^3 - x + 1)$ болно. $n \leq 14$ байх дурын n -г $n = a_0 + a_1 \cdot 2 + a_2 \cdot 4 + a_3 \cdot 8$ $a_i = 0 \vee 1$ хэлбэрт тавьж болно.

ББ-В2 2^n ба n^2 -г 7-д хуваахад үлдэгдэлүүд нь харгалзан 3 ба 7 үетэй байна. Иймд $2^n - n^2$ -ын үлдэгдэл нь 21 үетэй байна. $1 \leq n \leq 21$ үед 2^n ба n^2 -г 7-д хуваахад яг 6 тоо ижил үлдэгдэл өгнө. Иймд 1-ээс 9996 = 7·476 тоонууд дотор $476 \cdot 6 = 2856$ утганд дээрх илэрхийлэл 7-д хуваагдана. 9997, 9998, 9999-үүдийг шалгавал $n = 9998$ үед $2^n - n^2$ 7-д хуваагдана. 2857

ББ-В3 Цэгүүдийг тоогоор индукцлэе. Нэгцэг үед илэрхий. n цэ-

гийн хувьд бодлогын нөхцөл биелэлдэг байг. $n + 1$ үед баталъя. Хавтгайд $n + 1$ цэг өгсөн ба тэдгээрийн зарим нь холбогдсон байг. Ямар нэгэн A цэгийг авъя. Үлдсэн n цэгүүдийн хувьд индукц ёсоор бодлогын нөхцөл хангахаар $k + 1$ өнгөөр будаж чадна. A цэг нь k -аас ихгүй цэгтэй холбогдсон байга. Өнгийн тоо $k + 1$ тул A -г холбогдсон цэгүүдийн өнгөнөөс ялгаатай өнгөөр будна.

ММО-42, Дундын БАГШИЙН III ДАВАА

Ц.Дашдорж

ДБ-А1 (Ц.Дашдорж). $x_i > 0$, $i = \overline{1, n}$ бол

$$S_{\frac{3}{2}} \geq \left(n^{-1} \prod_{i=1}^n x_i^{\frac{3}{2}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{x_i}} \right)^{\frac{2}{3n-1}}$$

гэж батал, энд $S_{\frac{3}{2}}$ нь $x_1, \dots, x_n$ -ийн $\frac{3}{2}$ -р зэргийн дундаж.

ДБ-А2 (Ц.Дашдорж). $p \mid m - 1$ байх дурын анхны тоо p ба $(m, n) = 1$ байх бүхэл тоо n бүрийн хувьд $n^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$ ба $n^{\frac{m-1}{p}} \not\equiv 1 \pmod{m}$ байдаг бол m анхны тоо гэж батал.

ДБ-А3 (Ц.Дашдорж). Тэгш өнцөгт координатын системд бүхэл координаттай $((x; y) \in \mathbb{Z}^2)$ цэгүүд дээр оройнууд нь орших зөв гурвалжин олдохгүйг батал.

ДБ-В1 (Ц.Дашдорж). p сондгой анхны тоо ба $n = p^\alpha n_1$, $\alpha \geq 1$, $(n_1, p) = 1$ бол

$$1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k \equiv \begin{cases} o(p^\alpha), & \text{хэрэв } k \not\equiv 0(p-1) \\ -\frac{n}{p}(p^\alpha), & \text{хэрэв } k \equiv 0(p-1) \end{cases}$$

гэж батал.

ДБ-В2 (Ц.Дашдорж). $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $1 < n$ бол $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ Фибоначчийн дараалал ба $k + 2 \leq j \Leftrightarrow k \ll j$ гэж бичье. $\forall n \in \mathbb{N}$, $n = F_{k_1} + F_{k_2} + \dots + F_{k_r}$, $r \geq 1$ ба $k_1 \gg k_2 > \dots \gg k_r$ гэж бичиж болохыг батал.

ДБ-В3 (Ц.Дашдорж). $f(x)(x+1)^{2^n} + g(x)(x^{2^n} + 1) = 2$ байх бүхэл коэффициенттой $f(x)$, $g(x)$ олон гишүүнт олдохыг үзүүл.

ДБ-А1.

$$A \geq X = \left(n^{-1} \prod x_i^{\frac{3}{2}} \sum \frac{1}{\sqrt{x_i}} \right)^{\frac{2}{3n-1}} \quad (1)$$

гэж баталъя. (1) нь бүх x -ийнхээ хувьд тэгш хэмтэй тул ойртуулах аргыг хэрэглэе, ө.х. $x_1 \leq a \leq b \leq x_2$ ба $x_1 + x_2 = a + b$ байг. Тэгвэл $(ab)^{\frac{3}{2}} \prod_{i \geq 3} x_i^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \sum_{i \geq 3} \frac{1}{\sqrt{x_i}} \right) = (a+b) \prod_{i \geq 3} x_i^{\frac{3}{2}} +$

$(ab)^{\frac{3}{2}} \prod \sum = \text{тогтмол} + \text{өснө. тогтмол} = \text{өснө.}$ Иймд x_i -үүд ойртсоор тэнцүү болсон, ө.х. $x'_i = A$, $i = \overline{1, n}$ гэж үзвэл $X \leq X' = \left(n^{-1} \prod_{i=1}^n x_i'^{\frac{3}{2}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{x'_i}} \right)^{\frac{2}{3n-1}} = \left(n^{-1} \prod_{i=1}^n A^{\frac{3}{2}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{A}} \right)^{\frac{2}{3n-1}} = A$ ба $A \leq S_{\frac{3}{2}}$ байдаг тул $X \leq S_{\frac{3}{2}}$ боллоо.

ДБ-А2.

$$n^{m-1} \equiv 1(m) \quad (1)$$

$$n^{\frac{m-1}{p}} \not\equiv 1(m) \quad (2)$$

(1)-ээс $(n, m) = 1$ гэж гарна. n^k , $1 \leq k < m$ бол $n^k \pmod{m}$ -үүд бүгд ялгаатай гэж харуулъя. $1 \leq j < k < m$ ба $n^k \equiv n^j$ бол $n^{k-j} \equiv 1(m)$, $1 \leq k-j < m-1$ буюу

$$n^k \equiv 1(m) \quad (3)$$

байх хамгийн бага k нь $m-1$ -ийг хуваана. Иймд $\exists p \in P$, $q \in \mathbb{N}$, $kq = \frac{m-1}{p}$ гэж бичиж болох тул $n^{kq} \not\equiv 1$ болж (3)-тай зөрчилдөв. Иймд $n^1 \pmod{m}, \dots, n^{m-1} \pmod{m}$ -үүд бүгд ялгаатай ба m -тэй харилцан анхны гэдгээс $\{n^1, n^2, \dots, n^{m-1}\} \equiv \{1, 2, \dots, m-1\}$ буюу $1, \dots, m-1$ нь m -тэй харилцан анхны тоонууд болох тул $m \in P$ гэж гарна.

ДБ-А3. $a \in \mathbb{Z}[i]$ бүхэл Гауссын тоо бол $z = z' + a$ параллель зөөлтөөр $z \in \mathbb{Z}[i]$ бол $z' \in \mathbb{Z}[i]$ болох тул OMN нь өгсөн гурвалжин гэж үзэж болно.

$(x, y, u, v) = 1$ гэж үзэж чадна.

$$x^2 + y^2 = u^2 + v^2 = (x-u)^2 + (y-v)^2 \quad (1)$$

$$2(xu + yv) = x^2 + y^2 = u^2 + v^2, \quad x^2 + y^2 + u^2 + v^2 = 4(xu + yv) \equiv 0 \pmod{4}, \quad x \equiv y \equiv$$

$u \equiv v \equiv 0 \pmod{2}$ байж болохгүй тул $x \equiv y \equiv u \equiv v \equiv 1 \pmod{2}$ байна.

Эндээс $2 \equiv x^2 + y^2 \equiv (x-u)^2 + (y-v)^2 \equiv 0 \pmod{4}$ гэж зөрчилд хүрэв.

ДБ-В1. $S = 1^k + 2^k + \dots + p^{\alpha k}$ -г авч үзэхэд хангалттай. $p-1 \nmid k$ ба $g \in G(p)$ бол $g^k \not\equiv 1 \pmod{p}$ байна. $x \not\equiv y \pmod{p}$ бол $g^k x \not\equiv g^k y \pmod{p}$ буюу $g^k \mathbb{Z}_{p^\alpha} \equiv \mathbb{Z}_{p^\alpha} \pmod{p^\alpha}$ тул $g^k S = g^k + (g \cdot 2)^k + \dots + (gp^\alpha)^k \equiv S \pmod{p^\alpha}$, $S(g^k - 1) \equiv 0 \pmod{p^\alpha}$ $S \equiv 0 \pmod{p^\alpha}$. $p-1 \mid k$ бол

$$1^k + 2^k + \dots + (p^\alpha)^k \equiv -p^{\alpha-1} \pmod{p^\alpha} \quad (1)$$

болохыг α -аар индукцэлж баталъя. $\alpha = 1$ үед —ээр батлагдана.

(1) нь α үед хүчинтэй байг. Одоо (1)-г $\alpha + 1$ дээр баталъя. $1^k +$

$$2^k + \dots + (p^{\alpha+1})^k \stackrel{(*)}{=} \sum_{s=0}^{p-1} \left((1 + sp^\alpha)^k + (2 + sp^\alpha)^k + \dots + (p^\alpha + sp^\alpha)^k \right) \equiv$$

$$\sum_{s=0}^{p-1} (1^k + 2^k + \dots + p^{\alpha k}) + kp^\alpha \sum_{s=0}^{p-1} s(1^{k-1} + \dots + p^{\alpha(k-1)}) \equiv p(1^k + \dots +$$

$$p^{\alpha k}) + kp^\alpha \cdot \frac{p(p-1)}{2} (1^{k-1} + \dots + p^{\alpha(k-1)}) \stackrel{(1)}{\equiv} p(-p^{\alpha-1} + p^\alpha d)(p^{\alpha+1}) \equiv -p^\alpha(p^{\alpha+1}).$$

1-ээс $p^{\alpha+1}$ хүртэлх тоог

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 + p^\alpha & 1 + 2p^\alpha & \dots & 1 + (p-1)p^\alpha & \rightarrow = & \sum_{s=0}^{p-1} (1 + sp^\alpha) \\ 2 & 2 + p^\alpha & 2 + 2p^\alpha & \dots & 2 + (p-1)p^\alpha & \rightarrow = & \sum_{s=0}^{p-1} (2 + sp^\alpha) \\ 3 & 3 + p^\alpha & 3 + 2p^\alpha & \dots & 3 + (p-1)p^\alpha & \rightarrow = & \sum_{s=0}^{p-1} (3 + sp^\alpha) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p^\alpha & 2p^\alpha & 3p^\alpha & \dots & p^{\alpha+1} & \rightarrow = & \sum_{s=0}^{p-1} (p^\alpha + sp^\alpha) \end{array} \quad (*)$$

ДБ-В2.

$$n = F_{k_1} + \dots + F_{k_r}, \quad k_1 \gg k_2 \gg \dots \gg k_r \quad (1)$$

(1)-г n -ээр индукцлэж баталъя.

F_{k_1} нь $F_{k_1} \leq n$ байх хамгийн их F тоо, ө.х. $F_{k_1} \leq n < F_{k_1+1}$ байг. Тэгвэл

$$0 \leq n - F_{k_1} < F_{k_1+1} - F_{k_1} = F_{k_1-1} \quad (2)$$

Хэрэв n өөрөө F -тоо бол (1) шууд батлагдана. Эсрэг тохиолдолд индукцээр $n - F_{k_1} = F_{k_2} + \dots + F_{k_r}$ ба $F_{k_2} \leq n - F_{k_1} \stackrel{(2)}{<} F_{k_1-1}$ -ээс $k_1 - 1 > k_2$ буюу $k_1 \gg k_2 \gg k_3 \gg \dots \gg k_r$.

ДБ-В3. $\exists f(x), g(x) \in \mathbb{Z}[x]$,

$$f(x)(x+1)^{2^n} + g(x)(x^{2^n} + 1) = 2 \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow f(x)(1+x)^{2^n} - 2 \equiv 0 \pmod{1+x^{2^n}} \Leftrightarrow \mathbb{C} \ni \Theta \text{ нь}$$

$$1 + x^{2^n} = 0 \quad (2)$$

-ийн язгуур бол $(1 + \Theta)^{2^n} f(\Theta) = 2$. $\mathbb{C} \ni \Theta$ нь (2)-ын ямар нэг язгуур бол (2)-ын язгуурын олонлог нь $A = \{\Theta, \Theta^3, \Theta^5, \dots, \Theta^{2^{n+1}-1}\}$ болохыг баталж болно. Иймд

$$(x-1)^{2^n} + 1 = 0 \quad (3)$$

-ийн язгуурууд

$$1 + \Theta, 1 + \Theta^3, \dots, 1 + \Theta^{2^{n+1}-1} \quad (4)$$

болно. Иймд (3)-ын сул гишүүнээс

$$(1 + \Theta)(1 + \Theta^3) \dots (1 + \Theta^{2^{n+1}-1}) = 2 \quad (5)$$

гэж гарна. (4)-ийн гишүүн бүр $1 + \Theta$ -д хуваагдах тул (5)-г

$$(1 + \Theta)^{2^n} f(\Theta) = 2 \quad (6)$$

гэж бичье, энд $f(x) = \prod (1 - x + x^2 - \dots + x^{2^j-2}) \in \mathbb{Z}[x]$.

ДБ-А1. (Ц.Батхүү) $\frac{abcd-1}{(a-1)(b-1)(c-1)(d-1)}$ бүхэл тоо байх бүх $1 < a < b < c < d$ бүх бүхэл тоонуудыг ол.

ДБ-А2. (Ч.Гантөмөр) Нүднүүдэд нь сөрөг биш бүхэл тоо бичигдсэн квадрат хүснэгтийн аль ч мөр ба аль ч багана дээрх тоонуудын нийлбэр N -тэй тэнцүү байдаг бол уг хүснэгтийг " N нийлбэртэй шидэт квадрат" гэнэ. 3×3 хэмжээстэй ба хамгийн бага тоо нь голын нүдэнд байх "2006 нийлбэртэй шидэт квадрат"-уудын тоог ол.

ДБ-А3. (Б. Санчир) $a - \sqrt{b} - \sqrt[3]{c} - \sqrt[4]{d} = b + c$ ба $\frac{a-\sqrt[4]{d}}{2} \geq \sqrt{b} + 1$ байх $a; d; c$ гэсэн эерэг тоонууд болон $0 < b$ гэсэн зөв бутархайн хувьд $(a^2 + \sqrt{d})(\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}}) > 12\sqrt[3]{2}(b+c)$ гэж батал.

ДБ-В1. (Н.Дайвий-Од) $T(N)$ нь N тооны цифрүүдийн квадратуудын нийлбэр. $\forall k \in N$ тооны хувьд $S_k = \{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ дарааллыг дараах томъёогоор үүсгэнэ. $s_1 = k$; $s_n = T(s_{n-1})$. Хэрэв S_k дарааллын бүх гишүүд нь 1-ээс ялгаатай бол k -г "сайн тоо" гээ. Дурын m, n "сайн тооны" хувьд S_m ; S_n дарааллууд эхний төгсгөлөг тооны гишүүдээрээ ялгаатай болохыг батал.

ДБ-В2. (Б.Батбаясгалан) Сувдан сондрыг хар ба цагаан 108 ширхэг сувд хэлхэж хийдэг байв. Хэрэв ямар нэг сувдан сондрыг дурын аргаар 2 хэсэг болгон таслахад хуваалтын хэсгүүдэд байх хар ба цагаан сувдны тооны зөрөө нь 2-оос хэтрэхгүй бол түүнийг үзэмжтэй гээ. Эргүүлэлтээр бие биедээ давхцдаггүй нийт хичнээн "үзэмжтэй" сондор байх вэ?

ДБ-В3 (Ш.Батхишиг) $11 \leq p = 4k + 3$ хэлбэрийн анхны тоо. $1, 2, 3, \dots, 4k + 2$ тоонуудыг зөв $2k + 1$ өнцөгтийн оройнууд ба талуудын дундажууд дээр байрлуулахдаа хөрш (ерөнхий оройтой) талууд дээр орших гурван тоонуудын үржвэрийн ялгавар p -д хуваагддаг байхаар байрлуулж болохыг батал.

ДБ А1. Ц.Батхүү, Бүхэл тооны хуваагдлын бодлогууд, хуудас 255

ДБ А2. 3×3 хэмжээтэй " m нийлбэртэй шидэт квадрат"-уудын тоог олж.

a	d	
	b	
		c

a	d	$m - a - d$
$m + c - a - b - d$	b	$a + d - c$
$b + d - c$	$m - b - d$	c

Шидэт квадрат нь зураг 1-д өгөгдсөн a, b, c, d тоонуудаар нэг утгатай тодорхойлогдоно, өөрөөр хэлбэл зураг 1-ийн хүснэгтийн хоосон нүднүүд, өгөгдсөн эерэг бүхэл тоо m ба a, b, c, d -ээр зураг 2-д байгаагаар цор ганц аргаар бөглөгдөнө. Зураг 2-д буй шидэт квадратын хувьд дараах бүлэг тэнцэл бишүүд биелэнэ.

(1) $a + d \leq m$

(2) $b + d \leq m$

(3) $c \leq a + d$

(4) $c \leq b + d$

(5) $a + b + d - c \leq m$

Өгөгдсөн нөхцлөөс $b \leq a$ ба $b \leq c$ гэдгийг санавал $c \leq b + d \leq a + d$ буюу (3) нь (4)-өөс мөрдөн гарна, $b + d \leq a + d \leq m$ буюу (2) нь (1)-ээс мөрдөн гарах ба $a + b + d - c \leq a + d \leq m$ буюу (5) нь (1)-ээс мөрдөн гарч байна. Иймд зөвхөн (1) ба (4) тэнцэтгэл бишүүдийг авч үзье (Энэ 2 тэнцэтгэл бишийн нэг нь нөгөөгөөсөө мөрдөхгүй).

(1) ба (4)-өөс $0 \leq b \leq 2b + d - c \leq a + b + d - c \leq a + d \leq m$ гэсэн цуврал тэнцэтгэл бишүүдийг зохиож болно. $x = b$, $y = 2b + d - c$, $z = a + b + d - c$ ба $t = a + d$ гэе. Энэ системийг a, b, c, d -ийн хувьд бодвол $a = x - y + z$, $b = x$, $c = x - z + t$, $d = -x + y - z + t$ гэж гарах ба $a \leq z$, $c \leq t$, $d \leq t$ бөгөөд a, b, c, d нь бүгд сөрөг бус юм. Түүнчлэн $b = x$ нь шидэт квадратын минималь элемент учраас $3b \leq m$ байна. Эндээс (x, y, z, t) дөрөвтөөс (a, b, c, d) дөрөвт нэг утгатай тодорхойлогдох нь харагдана, өөрөөр хэлбэл $3x \leq m$ ба $0 \leq x \leq y \leq z \leq t \leq m$ байх (x, y, z, t) дөрөвт бүр яг нэг шидэт квадратыг тодорхойлно. Одоо дээрх нөхцлийг хангах (x, y, z, t) ялгаатай дөрөвтийн тоог олж. Эхлээд $0 \leq x \leq y \leq z \leq t \leq m$ (m -өгөгдсөн бүхэл тоо) нөхцлийг хангах (x, y, z, t) дөрөвтийн тоог олж. Ерөнхий тохиолдолд $n \leq x \leq y \leq z \leq t \leq m$ байх дөрөв-

тийн тоог $f(n, m)$ гэвэл $f(n, m) = f(0, m - n)$ байхыг тэмдэглэе. $f(0, m) = C_{m+1}^4 + C_{m+1}^3 \cdot 3 + C_{m+1}^2 \cdot 2 + C_{m+1}^1$ байна. Тэгвэл бидний олох ёстой шидэт квадратын тоо нь: $f(0, m) - f(\lfloor \frac{m}{3} \rfloor + 1, m) = (C_{m+1}^4 + 3C_{m+1}^3 + 2C_{m+1}^2 + C_{m+1}^1) - (C_{\lfloor \frac{m}{3} \rfloor + 2}^4 + 3C_{\lfloor \frac{m}{3} \rfloor + 2}^3 + 2C_{\lfloor \frac{m}{3} \rfloor + 2}^2 + C_{\lfloor \frac{m}{3} \rfloor + 2}^1)$ болно.

ДБ А3. 1-р бодолт. $(\sqrt{b}; \sqrt[3]{c})$ жинтэй $(\frac{a-\sqrt[4]{d}}{2\sqrt{b}}; \frac{a-\sqrt[4]{d}}{2\sqrt[3]{c}})$ ба $(\sqrt{b} + 1; \sqrt[3]{c^2} + 1)$ цэгүүдийг $f(x)$ -ийн хувьд Караматын жинтэй тэнцэл бишийн нөхцөл өгөгдсөн ёсоор үнэн. $(\frac{a-\sqrt[4]{d}}{2\sqrt{b}}; \frac{a-\sqrt[4]{d}}{2\sqrt[3]{c}}) \succ (\sqrt{b} + 1; \sqrt[3]{c^2} + 1)$ тул $\sqrt{b}(\frac{a-\sqrt[4]{d}}{2\sqrt{b}})^2 + \sqrt[3]{c}(\frac{a-\sqrt[4]{d}}{2\sqrt[3]{c}})^2 \geq \sqrt{b}(\sqrt{b} + 1)^2 + \sqrt[3]{c}(\sqrt[3]{c^2} + 1)^2$. $\Leftrightarrow (\frac{a^2 - 2a\sqrt[4]{d} + \sqrt{d}}{4})(\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}}) \geq b\sqrt{b} + 2b + \sqrt{b} + c\sqrt{c^2} + 2c + \sqrt[3]{c} \geq 3\sqrt[3]{b\sqrt{b} \cdot 2b \cdot \sqrt{b}} + 3\sqrt[3]{\sqrt[3]{c^5} \cdot 2\sqrt[3]{c^3} \cdot \sqrt[3]{c}} = 3\sqrt[3]{2}(b + c) \Rightarrow (a^2 + \sqrt{d})(\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}}) > 12\sqrt[3]{2}(b + c)$

2-р бодолт. $a = \sqrt{b} + \sqrt[3]{c} + \sqrt[4]{d} + b + c$ $(a^2 + \sqrt{d})(\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}}) = [(\sqrt{b} + \sqrt[3]{c} + \sqrt[4]{d} + b + c)^2 + \sqrt{d}] \cdot \frac{\sqrt{b} + \sqrt[3]{c}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{c}} \geq (\sqrt{b} + \sqrt[3]{c} + b + c)^2 \cdot \frac{\sqrt{b} + \sqrt[3]{c}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{c}} \geq \frac{4(\sqrt{b} + \sqrt[3]{c})(b + c)(\sqrt{b} + \sqrt[3]{c})}{\sqrt{b} \sqrt[3]{c}} \geq \frac{4(b + c) \cdot 4\sqrt[3]{c}\sqrt{b}}{\sqrt{b} \sqrt[3]{c}} = 16(b + c) > 12\sqrt[3]{2}(b + c)$

ДБ В1. Хэрэв N тоо 3-аас олон оронтой бол $N > T(N)$ гэж баталъя.

$N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_4 a_3 a_2 a_1}$ ($n > 3$) гэвэл $N = a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_4 10^3 + \overline{a_3 a_2 a_1}$ болно. $k = \overline{4, n}$ үед $a_k \cdot 10^{k-1} > a_k^2$ нь илэрхий мөн. Хэрэв $a_4 \neq 0$ бол $a_4 \cdot 10^3 > 324 \geq a_4^2 + a_3^2 + a_2^2 + a_1^2$ ба харин $a_4 = 0$ бол $n \geq k > 4$ байх ямар нэг k -ийн хувьд $a_k \neq 0$ болох ёстой бөгөөд $a_k \cdot 10^{k-1} > a_k \cdot 10^3 > 324 \geq a_k^2 + a_3^2 + a_2^2 + a_1^2$ болох учир $N > T(N)$. Иймд N тоо 3-аас дээш оронтой бол S_N дарааллын гишүүдийн хувьд буурах үзэгдэл илэрнэ. Иймд төгсгөлөг алхамын дараа 3-н оронтой тоо гарч ирнэ гэсэн үг. Хэрэв S_N -ийн ямар нэг d дугаар гишүүн 3 оронтой ($s_d < 1000$) бол $s_{d+1} \leq 3 \cdot 81 = 243$. Нэгэнт $s_{d+1} \leq 243$ бол $s_{d+2} \leq 2 \cdot 81 + 1 = 163$, өөрөөр хэлбэл ямар ч N тооны хувьд S_N дараалал дотор ямар нэгэн алхамд 163-аас үл хэтрэх тоо тааралдана гэсэн үг. 1-163 хүртэлх тоо тааралдана гэсэн үг. 1-163 хүртэлх тоонуудын дарааллууд $a = \{a_1, a_2, \dots, a_s, 1, 1, \dots\}$ болон $b =$

$\{b_1, b_2, \dots, b_t, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, \dots, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, \dots\}$ гэсэн хоёрхон хэлбэртэй болохыг хялбархан шалгаж болно. (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81-үүдийн бүх хосолсон нийлбэрийг шалгах замаар) a хэлбэрийн дараалал үүсгэдэг тоонууд нь "сайн тоо" биш учир "сайн" тоонууд ямагт b хэлбэрийн дарааллууд үүсгэнэ. $b = \{b_1, b_2, \dots, b_t; \{145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 19\}, \{\}\dots\}$ учир бүх сайн тоонуудаас үүссэн S_N дарааллууд эхний төгсгөлөг гишүүдээрээ ялгаатай боллоо (Эхний төгсгөлөг гишүүдийн тоо нь ижилхэн байх албагүй).

ДБ В2. Эхлээд салсан хэсгүүдийн хар ба цагаан сувдын зөрөө нь 2-оос хэтрэхгүй байхын тулд ямар байх ёстой авч үзье. Мэдээж дараалсан 3 нэг өнгийн сувд байх боломжгүй. Түүнчлэн дараалсан 2 ижил өнгийн сувд байвал түүнтэй хамгийн ойр орших дараалсан 2 ижил сувд нь түүнээс өөр өнгөтэй байна. Эсрэг тохиолдолд тэдгээрийн хоорондох сувд болон дараалсан ижил өнгийн сувднуудаас тогтох хэсэгт хар ба цагаан сувдны зөрөө нь 3-аас багагүй болно. Жишээ нь Эндээс мөн дараалсан ижил өнгийн хосуудын хооронд тэгш тооны сувд сөөлжилөн орох нь харагдаж байна.

Одоо эргэлтээр α -тай давхцах сондоруудыг ялгаатай гээд тэдгээрийг $K(\alpha)$ анги гэе. Жишээ нь: ЦЦХЦЦ. $c(\alpha)$ -аар α сондоруыг өөрт нь буулгах эргүүлэлтийн тоог тэмдэглэе. Тэгвэл α -г эргүүлсэнээр $\frac{108}{c(\alpha)}$ ялгаатай сондор гаргаж авна. Өөрөөр хэлбэл $K(\alpha)$ анги $\frac{108}{c(\alpha)}$ элементтэй. Эндээс $\sum_{\alpha} c(\alpha)$ (нийлбэрийг бүх α сондоруур авна) нийлбэрт $K(\alpha)$ анги яг 108 удаа тоологдох тул бидний олох ёстой тоо нь $\frac{1}{108} \sum c(\alpha)$ болно. Одоо m -ээр эргүүлэхэд ($\frac{2\pi}{108} \cdot m$ өнцгөөр) $f(m)$ ширхэг сондор өөртөө буудаг гэе. m -ээр эргүүлэхэд өөртөө буух сондор нь $(m, 108)$ -аар эргүүлэхэд өөртөө буух нь ойлгомжтой. Өөрөөр хэлбэл $\frac{108}{(m, 108)}$ урттай хэсгээрээ бүрэн тодорхойлогдоно. Энэ урттай хэсэг нь бодлогын эхэнд тогтоосон нөхцлийг хангахын тулд дараах 2 боломжтой.

1. Хараар эхлээд хараар төгсдөг. Дараалсан цагааны тоо нь дараалсан харынхаа тооноос 1-ээр олон (цагаанаар эхлээд цагаанаар төгсдөг байх нь мөн адил энд орно).

2. Хар ба цагаан дараалсан сувдны тоо нь тэнцүү, эхлэл төгсгөл

нь өөр өнгөтэй.

Иймд $\frac{108}{(m,108)}$ -сондгой бол $f(m)$ нь 0 байна. $\frac{108}{(m,108)} = 2k$ бол ижил өнгийн эхлэл төгсгөлтэй нь $2 \cdot (C_{k-1}^1 + C_{k-1}^3 + \dots) = 2 \cdot 2^{k-2} = 2^{k-1}$. Өөр өнгийн эхлэл төгсгөлтэй нь $2 \cdot (C_k^0 + C_k^2 + C_k^4 + \dots) = 2 \cdot 2^{k-1} = 2^k$ буюу $f(m) = 2^k + 2^{k-1}$ болно. Нөгөө талаас

$$\frac{1}{108} \sum_{\alpha} c(\alpha) = \frac{1}{108} \sum_{m=1}^{108} f(m) = \frac{1}{108} \sum_{k|108} \varphi(d) f\left(\frac{108}{d}\right)$$

болно.

ДБ-В3. Эхлээд $1, 2, 3, \dots, 4k + 2$ тоонуудыг зөв $2k + 1$ өнцөгтийн оройнууд ба талуудын дундажууд дээр байрлуулахдаа тал бүр дээрх гурван тоонуудын нийлбэрүүд бүгд тэнцүү байхаар байрлуулж болохыг харуулъя.

Талуудыг дэс дараалан $c_1, c_2, \dots, c_{2k+1}$ гэж тэмдэглэе. c_1 талын зүүн оройд 1 , дундаж цэгт $4k + 2$, баруун оройд $2k + 1$ тоонуудыг харгалзан байрлуулъя. Үүнийг $c_1 = (1, 4k + 2, 2k + 1)$ гэж тэмдэглэе. Үүнтэй адилаар бусад талуудад

$$c_i = \begin{cases} (2k + 3 - i, 2i - 2, 4k + 3 - i); & \text{Хэрэв } i \text{ тэгш бол} \\ (4k + 4 - i, 2i - 2, 2k + 2 - i); & \text{Хэрэв } i \text{ сондгой бол} \end{cases}$$

$i = 2, 3, \dots, 2k + 1$; томъёогоор тоонуудыг байрлуулъя. Тэгвэл талуудын дундажууд дээр $4k + 2, 2, 4, \dots, 4k$ тэгш тоонууд байрлана. Тал бүр дээрх хоёр оройн хувьд нэг оройд нь $2k + 1$ -ээс хэтрэхгүй сондгой тоо, нөгөө оройд нь $2k + 3$ -аас багагүй сондгой тоо байрлана. Иймээс оройнууд дээр $1, 3, 5, \dots, 4k + 1$ сондгой тоонууд байрлана. Тал бүр дээр байрлах гурван тооны нийлбэр $6k + 4$ -тэй тэнцүү байна.

p анхны тоо тул анхдагч (примитив) язгуур a олдоно. Өөрөөр хэлбэл:

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 4k + 2\} \equiv \{a^1, a^2, a^3, \dots, a^{4k+2}\} = B \pmod{p}$$

байх a натурал тоо олдоно. Иймээс $x_i \in A$ бол $x_i \equiv a^{b_i} \pmod{p}$ нөхцлийг хангах цор ганц $b_i \in A$ тоо олдоно. Эндээс

$$p \mid x_1 x_2 x_3 - x_4 x_5 x_6 \Leftrightarrow p \mid a^{b_1} a^{b_2} a^{b_3} - a^{b_4} a^{b_5} a^{b_6} = a^{b_1+b_2+b_3} - a^{b_4+b_5+b_6}$$

байна. Эндээс хэрэв $b_1 + b_2 + b_3 = b_4 + b_5 + b_6$ бол $p \mid x_1 x_2 x_3 - x_4 x_5 x_6$ байна.

Иймд эхлээд зөв $2k + 1$ өнцөгтийн оройнууд ба талуудын дундажууд дээр: тал бүр дээрх гурван тооны нийлбэр $6k + 4$ -тэй тэнцүү байхаар $1, 2, 3, \dots, 4k + 2$ тоонуудыг байрлуулна. Дараа нь анхдагч язгуурыг ашиглан байрлуулсан b_i тоо бүрийг $a^{b_i} \equiv x_i \pmod{p}$ нөхцөл биелэх x_i тоогоор солино. Үүсэх байрлуулалт нь бодлогын нөхцлийг хангах байрлуулалт болно. *Энэ байрлуулалт нь зөвхөн хөрш хоёр талын хувьд биш, аль ч хоёр талын хувьд нэг тал дээртх гурван тоонуудын үржвэрээс нөгөө тал дээртх гурван тооны үржвэрийг хассан ялгавар p -д хуваагдана.*

Жишээлбэл: $p = 11$ анхны тооны хувьд дээр дурьдсан ёсоор зөв 5 -н өнцөгтийн талууд дээр тоонуудыг $c_1 = (1, 10, 5); c_2 = (5, 2, 9); c_3 = (9, 4, 3); c_4 = (3, 6, 7); c_5 = (7, 8, 1)$ гэж байрлуулна. $2^1 \equiv 2 \pmod{11}, 2^2 \equiv 4 \pmod{11}, 2^3 \equiv 8 \pmod{11}, 2^4 \equiv 5 \pmod{11}, 2^5 \equiv 10 \pmod{11}, 2^6 \equiv 9 \pmod{11}, 2^7 \equiv 7 \pmod{11}, 2^8 \equiv 3 \pmod{11}, 2^9 \equiv 6 \pmod{11}, 2^{10} \equiv 1 \pmod{11}$ байх тул (11-модулийн анхдагч язгуур нь 2 болно) $c'_1 = (2, 1, 10); c'_2 = (10, 4, 6); c'_3 = (6, 5, 8); c'_4 = (8, 9, 7); c'_5 = (7, 3, 2)$ гэж байрлуулахад бодлогын нөхцлийг хангана.

ОУМО-47-ийн сорил 1

А.Ганбат

1. ABC гурвалжны багтсан тойргийн төв I , багтаасан тойргийн төв O ($O \neq I$) байв. $[AC]$, $[BC]$ цацрагууд дээрээс харгалзан D , E цэгүүдийг $AD = BE = AB$ байхаар сонгон авав. $(DE) \perp (OI)$ болохыг батал.
2. m, n нь $m \geq n^2$ байх натурал тоонууд бол дараах шинж чанартай бүхэл коэффициенттэй $f(x) = a_0x^m + a_1x^{m-1} + \dots + a_m$ олон гишүүнт олдохыг батал.
 а) $f(x)$ нь $(x-1)^n$ -д хуваагдана.
 б) $0 \leq k \leq n$ байх ямар ч k -ийн хувьд $|a_k| \leq n$ ба $a_0 \neq 0$.
3. n нь өгөгдсөн натурал тоо, $a_1, a_2, \dots, a_n$ нь $1 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq n$ байх натурал тоонууд бол

$$\sum_{k=1}^n (a_{a_k} - a_k)$$

илэрхийллийн авч болох хамгийн их утгыг ол.

1. Багтсан тойрог AC , BC талыг N , M цэгт шүргэнэ. BC , AC -ийн дундаж P , Q . $[NA]$ цацраг дээр $NY = MP$ байх Y цэгийг, $[MB]$ цацраг дээр $MX = NQ$ байх X цэгийг тус тус авъя. $XMIR$ ба $INYL$ нь тэгш өнцөгт үүсгэх R, L цэгийг авъя. $CM = CN = X$, $BM = z$, $AN = y$ гэе. $AB = y + z$ $NQ = CQ - CN = \frac{x+z}{2} - x = \frac{y-z}{2}$, $MP = CP - MC = \frac{x+z}{2} - x = \frac{y-z}{2}$ $IL = NY = MP = \frac{y-z}{2}$, $IR = MX = NQ = \frac{y-z}{2}$.
 $CD = AD - AC = AB - CA = y + z - (x + y) = z - x$ $CE = BE - BC = AB - BE = y + z - (x + z) = y - x$ $\angle RIL = \angle BCA$ ба $\frac{IL}{CD} = \frac{IR}{CE} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE \parallel RL$ болно. $OI \perp RL$ гэж баталъя.
 $OP \perp RI = T$, $IL \cap OQ = K$ гэе. $(\vec{OI}, \vec{RL}) = (\vec{OI}, \vec{RI} + \vec{IL}) = (\vec{OI}, \vec{RI}) + (\vec{OI}, \vec{IL}) = OI \cdot RI \cdot \cos \widehat{RIO} - OI \cdot IL \cdot \cos \widehat{OIK} = OI \cdot RI \cdot \frac{IT}{OI} - OI \cdot IL \cdot \frac{IK}{OI} = RI \cdot TI - IL \cdot IK = MX \cdot MP - NQ \cdot NY = 0 \Rightarrow OI \perp RL$

2. $f(x) = a_0x^m + a_1x^{m-1} + \dots + a_m = (x-1)^n a_0x^{m-n} + b_1x^{m-n-1} + \dots + b_{m-n}$ гэе. $f(x)$ нь бодлогын нөхцлийг хангахын тулд дараах тэнцэтгэл бишүүд биелэнэ.

$$\begin{cases} |a - 0| \leq n & (1) \\ |b_1 - na_0| \leq n & (2) \\ |b_2 + \frac{a_0n(n-1)}{2} - b_1n| \leq n & (3) \quad \forall a_0 \in \mathbf{Z}\text{-ийг } |a_0| \leq n \text{ байхаар} \\ \vdots \\ |b_{n-1} + \dots| \leq n & (n) \end{cases}$$

авъя. $n = 1$ үед $f(x)$ олдох нь тодорхой.

$n \geq 2$ үед $m \geq n^2 \geq 2n > 2n - 1$ буюу $m - n > n - 1$ тул $(k) \rightarrow (k+1)$: (k) тэгшитгэлд нэг шинэ хувьсагч $(k-1)$ нэмэгдэх ба коэффициент нь 1 байна. Иймд уг хувьсагчийг $(k+1)$ биелж байхаар бүхэл утгатайгаар ямагт олж чадна.

Бодлогын нөхцлийг хангах $f(x)$ олон гишүүнт олдох нь батлагдав.

3. $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ гэе. $\forall i, j \in \overline{1, n}$ хувьд $a_{a_i} = a_{a_j}$ байг. $\forall i, j \in \overline{1, n}$ хувьд $a_i = a_j$ бол $a_1 = a + 2 = \dots = a - n = k$ гэвэл $a_{a_i} = a_0k = k$ болно.

$$a_{a_1} = a_{a_2} = \dots = a_{a_n} = k \Rightarrow \sum_{k=1}^n (a_{a_k} - a_k) = 0 \quad \exists i \neq j \quad a_i \neq a_j$$

гэе. Тэгвэл $1 \leq a_i, a_j \leq n$ учир $\sum_{i=1}^n (a_{a_k} - a_k) = \sum_{k \neq i, j}^n a_{a_k} + a_{a_i} +$

$$a_{a_j} - \sum_{k \neq a_i, a_j}^n a_k - a_{a_i} - a_{a_j} \leq (n-2) \cdot n - (n-2) = (n-1)(n-2)$$

б) $\exists i \neq j \quad a_{a_i} \neq a_{a_j} \Rightarrow a_i \neq a_j$ байна. Өмнөх тохиолдлын адил $\sum_{k=1}^n (a_{a_k} - a_k) \leq (n-1)(n-2)$ болно. $a_1 = n, a_i = 1, i = \overline{2, n}$ үед $\sum_{k=1}^n (a_{a_k} - a_k) = (n-1)(n-2)$ учир $\max(\sum_{k=1}^n (a_{a_k} - a_k)) = (n-1)(n-2)$ болно.

ОУМО-47, II СОРИЛ

Б.Батцэнгэл

1. $n > k$ нь өгөгдсөн натурал тоонууд, n хүний зарим нь хоорондоо танил бөгөөд ямар ч k хүнийг сонгон авахад үлдэх $n - k$

хүмүүсээс тэдгээр k хүнийг бүгдийг таньдаг ядаж нэг хүн заавал олддог байв. Хамгийн цөөндөө хэдэн хос танил байх шаардлагатай вэ?

2. a тоог хуваадаг хамгийн их сондгой тоон хуваагчийг $c(a)$ гэж тэмдэглэе. Натурал тоон $\{a_n\}$ дараалал нь $a_1 = 1$ ба $n \geq 1$ үед a_{n+1} нь a_n сондгой бол $2^{\frac{a_n+1}{2}}$, a_n тэгш бол $\frac{a_n}{2} + \frac{a_n}{c(a_n)}$ гэж тодорхойлогдов. 2006 тоо энэ дарааллын хэддүгээр гишүүн бэ?

3. Багтсан тойргийн төв нь I байх ABC гурвалжны AB талын дундаж цэг D байв. (BI) шулуун дээр E цэгийг $BD = DE$ байхаар сонгон авав. E цэгийг дайрсан (DE) шулуунд перпендикуляр шулуун, D цэгийг дайрсан (CI) шулуунтай параллель шулуунтай F цэгээр огтлолцоно. $(FI) \perp (AB)$ болохыг батал.

1. Ямар нэгэн $k - 1$ хүнийг сонгон аваад, эдгээр хүн (графын орой) бүгдийг таньдаг, харин үлдсэн $n - k + 1$ хүн нь хоорондоо

а) $n - k + 1$ тэгш үед $\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$

б) $n - k + 1$ сондгой үед $\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$

гэж бие биенээ таньдаг гэж үзье. Өөрөөр хэлбэл энэ $n - k + 1$ орой нь тусгаарлагдсан оройтой хамгийн цөөн тооны ирмэгтэй граф үүсгэдэг болог.

Одоо энэ граф бодлогын нөхцлийг хангана гэж баталъя. Үнэхээр n оройгоос дурын k орой сонгон авахад дотор нь

а) бидний анх сонгосон $k - 1$ хүний аль нэг нь сонгогдоогүй бол тэр сонгогдоогүй хүн бүх хүнийг таних тул олох ёстой орой мөн.

б) анх авсан $k - 1$ орой бүгд сонгогдсон байвал, үлдсэн 1 орой нь $n - k + 1$ хүнээс сонгогдох ёстой бөгөөд тэр оройтой холбоотой орой нь бидний олох ёстой орой юм.

Энэ граф нь $C_n^2 - C_{n-k+1}^2 + \left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor + 1$ ирмэгтэй гэдгийг хялбархан тооцоолж болно.

Дэлгэрүүлж, Рыбников "Задача и упражнения комбинаторной анализ" гэсэн номын 6-р бүлгийн бодлогуудыг үз.

2. Ямар ч натурал тоог $1+2+\dots+m+k = \frac{m(m+1)}{2} + k$, $1 \leq k \leq m+1$ нийлбэрт цор ганц аргаар задалж болно. $n = \frac{m(m+1)}{2} + k$ бол

$a_n = 2^{m+1-k} \cdot (2k-1)$ гэдгийг баталъя. Баталгааг индукцээр хийе. $k \leq m$ бол a_n тоо тэгш байх ба $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{a_n}{c(a_n)} = 2^{m-k}(2k-1) + 2^{m+1-k} = 2^{m-k} \cdot (2k+1) = 2^{m+1-(k+1)} \cdot (2(k+1)-1)$ тул индукцийн шилжилт үнэн.

$k = m + 1$ бол $a_n = 2m + 1$ гэсэн сондгой тоо байна. Тэгэхээр $a_{n+1} = 2^{m+1} = 2^{m+2-1}(2 \cdot 1 - 1)$ болно. Гэтэл $n + 1 = \frac{(m+1)(m+2)}{2} + 1$ бөгөөд энэ нь бидний томъёотой таарч байна. Одоо

$$2^{m+1-k}(2k-1) = 2006 \quad \text{тэгшитгэлийг бодвол} \quad \begin{cases} m+1-k=1 \\ 2k-1=1003 \end{cases}$$

$$\text{буюу} \quad \begin{cases} m=502 \\ k=502 \end{cases} \quad \text{ба иймд } n = \frac{502 \cdot 503}{2} + 502 = 126755 \text{ юм.}$$

ОУМО-47, III сорил

Б.Батбаясгалан

1. a, b, c талтай гурвалжны талбай S бөгөөд x, y, z талтай гурвалжны талбай T бол $a^2(x^2 + y^2 - z^2) + b^2(y^2 + z^2 - x^2) + c^2(z^2 + x^2 - y^2) \geq 16 \cdot ST$ тэнцэл биш биелэнэ гэдгийг батал.
2. Ангийн 30 сурагч m дугуйланд явдаг байв (нэг сурагч хэдэн ч дугуйланд явдаж байж болно). Аль ч дугуйланд явдаг сурагчдын тоо сондгой аль ч 2 дугуйланд нэгэн зэрэг явдаг сурагчдын тоо тэгш бол $m \leq 30$ гэж батал.
3. w тойрог ABC гурвалжны BC, CA, AB талуудыг харгалзан $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ цэгүүдээр огтлоно. w тойргийн A_1, A_2 цэгт татсан шүргэгчүүд A' цэгт B_1, B_2 цэгт татсан шүргэгчүүд B' цэгт, C_1, C_2 цэгт татсан шүргэгчүүд C' цэгт тус тус огтлолцоно. AA', BB', CC' шулуунууд нэг цэгт огтлолцохыг батал.
4. Чиглэлт G граф өгөгдөв. Уг графын аль ч 2 нь ирмэгээр холбогдоогүй хэсэг оройг, бусад ямар ч орой руу эдгээр оройгоос эсвэл шууд, эсвэл 1 орой дамжин хүрч болдог байхаар сонгон авч чадна гэдгийг батал.

1. y талын эсрэг өнцөг β , c талын эсрэг өнцөг γ гээд косинусын теорем бичвэл

$$y^2 = x^2 + z^2 - 2xz \cos \beta \quad (1)$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos \gamma \quad (2)$$

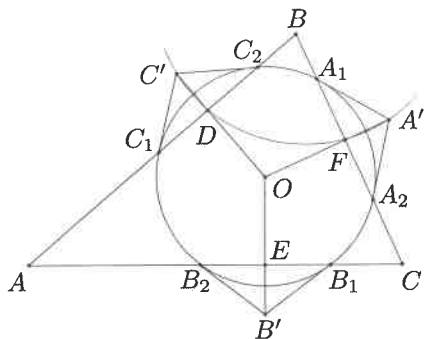
(1)-ийг тэнцэтгэл бишийн зүүн талд орлуулбал $a^2(x^2 + y^2 - z^2) + b^2(y^2 + z^2 - x^2) + c^2(z^2 + x^2 - y^2) = 2a^2x^2 + 2b^2z^2 - 2xz \cos \beta(a^2 + b^2 - c^2) = 2(a^2x^2 + b^2z^2 - 2abxz \cos \beta \cos \gamma)$ болох ба $16ST = 4abxy \sin \beta \sin \gamma$ болно. $A = a^2x^2 + b^2z^2 - 2abxz(\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma) \geq 0$ гэж батлах хэрэгтэй. $A = (ax - bz)^2 + 4abxz(1 - \cos(\beta - \gamma)) \geq 0$ болох нь ойлгомжтой. Бодлого $ax = bz$ ба $\beta = \gamma$ үед буюу 2 гурвалжин төсөөтэй үед тэнцэлдээ хүрнэ.

2. v_i нь дараах дүрмээр байгуулагдсан 30 хэмжээст вектор байг. Хэрэв i -р дугуйланд j -р сурагч явдаг бол j -р координат нь 1, явдаггүй бол 0 байг. Энд $j = \overline{1, 30}$ $i = \overline{1, m}$. Z_2 дээрх 30 хэмжээст m ширхэг вектортой боллоо. Хэрэв $m \geq 31$ бол эдгээр векторууд Z_2 дээр шугаман хамааралтай байна. Өөрөөр хэлбэл $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = 0$ энд

$$\alpha_i \in \{0, 1\} \quad i = \overline{1, m} \quad (1)$$

ба $\exists j \quad \alpha_j \neq 0$ (1)-ийн 2 талыг v_j вектороор скаляр үржвэл $\alpha_j = 0$ болж зөрчилд хүрэв. Иймд $m \leq 30$ байна.

3. w тойргийн төвийг O -оор, радиусыг R -ээр, $OA' \cap BC = D$, $OB' \cap CA = E$, $OC' \cap AB = F$ гэж тэмдэглэе.



Бид Чевийн теоремын өнцгөн хэлбэрийг хэрэглэе. Батлах зүйл нь $\frac{\sin BAA'}{\sin A'AC} \cdot \frac{\sin CBB'}{\sin B'BA} \cdot \frac{\sin ACC'}{\sin CC'B} = 1$ гэж бичигдэнэ. A' цэгээс AB руу буулгасан перпендикулярын урт нь нэг талаас $AA' \cdot \sin BAA'$ бөгөөд нөгөө талаас $FA' \cdot \sin BFA'$ юм.

Үүнтэй нэгэн адилаар A' цэгээс AC руу буулгасан перпендику-

ларын уртыг авч үзвэл $\frac{\sin BAA'}{\sin A'AC} = \frac{FA' \sin BFA'}{EA' \sin A'EC} = \frac{FA' \sin A'FC'}{EA' \sin A'EB'}$ гэж гарна. Нэгэнт $OD \cdot OA' = OF \cdot OC' = OE \cdot OB' = R^2$ тул B', C', F, E цэгүүд, C', A', D, F цэгүүд, A', B', E, D цэгүүд нэг тойрог дээр оршино. Эдгээр тойргийн радиусыг харгалзан R_1, R_2, R_3 гэж тэмдэглэвэл $FA' = 2R_2 \cdot \sin FC'A' = 2R_2 \cdot \sin OC'A'$, $EA' = 2R_3 \cdot \sin EB'A' = 2R_3 \cdot \sin OB'A'$ гэж гарна (энд тойргийн нумд тулсан өнцөг нь төв өнцгийн хагас гэдгийг ашиглав). Үүгээр $\frac{\sin BAA'}{\sin A'AC} = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{\sin OC'A'}{\sin OB'A'} \cdot \frac{\cos A'FC'}{\cos A'EB'}$ болох нь батлагдав. Үүнтэй нэгэн адилаар бусад харьцааг олбол $\frac{\sin CBB'}{\sin B'BA} = \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{\sin OA'B'}{\sin OC'B'} \cdot \frac{\cos B'DA'}{\cos B'FC'}$, $\frac{\sin ACC'}{\sin C'CB} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{\sin OB'C'}{\sin OA'C'} \cdot \frac{\cos C'EB'}{\cos C'DA'}$ гэж гарах ба $\angle A'FC' = \angle C'DA'$, $\angle A'EB' = \angle B'DA'$, $\angle B'FC' = \angle C'EB'$ болохыг анхаарвал бидний батлах зүйл $\frac{\sin OC'A'}{\sin OB'A'} \cdot \frac{\sin OA'B'}{\sin OC'B'} \cdot \frac{\sin OB'C'}{\sin OA'C'} = 1$ гэсэн тэнцэлд хүрнэ. Гэтэл энэ нь $A'B'C'$ гурвалжны хувьд OA', OB', OC' шулуунууд O цэгт огтлолцоно гэдгийг өнцгөн хэлбэрээр бичсэнтэй ижил юм.

4. G графийн оройн тоог V -ээр индукцлэе. $V = 2$ үед ирмэг дээр холбогдоогүй бол хоёуланг нь холбогдсон бол эхлэл гарсан оройг авна. G граф ирмэггүй бол бүх оройг авна. Иймд ядаж нэг ирмэгтэй гэж үзээд тэр ирмэгийн эхлэлийн оройг a гээ. a -гаас гарсан ирмэгүүдийн төгсгөл оройнуудын олонлог A байг. $V \setminus (A \cup \{a\})$ дотор a руу ирмэг гарсан бол $V \setminus (A \cup \{a\})$ оройтой граф дээр индукцийн таамаглал ёсоор бодлогын нөхцөл хангах хэсэг оройг сонгон авч чадна. Эдгээр $V \setminus (A \cup \{a\})$ оройтой G -ийн дад граф G_1 дээр индукцийн таамаглал ёсоор хэсэг оройг сонгон авч чадна. Эдгээрийн оройн олонлог нь B байг. $V \setminus (A \cup \{a\})$ нь a -тай холбоогүй бол $B \cup \{a\}$ нь G графийн хувьд бодлогын нөхцлийг хангана. $V \setminus (A \cup \{a\})$ -аас G руу ирмэг гарсан бол B нь G графын хувьд ч бодлогын нөхцлийг хангана. a -аас $V \setminus (A \cup \{a\})$ руу ирмэг гарах боломжгүй (a -аас гарсан бүх ирмэгүүд A руу очно).

1. Дараах өгүүлбэр үнэн байх хамгийн их натурал тоо n -ийг ол.
Ядаж нэг нь тэг биш байх ямар нэг сөрөг биш бүхэл тоонууд $x_1, x_2, \dots, x_n$ ба ядаж нэг нь тэг биш байх дурын $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$, $\varepsilon_i \in \{-1; 0; 1\}$ -үүдийн хувьд $n^3 \nmid \varepsilon_1 x_1 + \dots + \varepsilon_n x_n$ байдаг.
2. $G = G(V, E)$ -д $|V| = 2006$ ба орой бүрээс 1600-аас цөөнгүй ирмэг гардаг бол G -ийн агуулж чадах хамгийн их бүтэн дэд граф хэдэн оройтой вэ? (оноо 7)
3. $a^m + 1 \mid (a+1)^n$ ба $2 \leq a$, m байх бүх натурал гурвал (a, m, n) -ийг ол (оноо 8).

1. $n = 9$ -ийн хувьд $1, 2, 2^2, \dots, 2^8$ тоонуудыг авч үзье. $\forall \varepsilon_i \in \{-1; 0; 1\}$, $i = \overline{1, 9}$ -ийн хувьд ($\exists \varepsilon_j \neq 0$ байг), $|a = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + \dots + 2^8 \varepsilon_9| \leq 1 + 2 + \dots + 2^8 = 2^9 - 1 < 9^3$. Иймд хэрэв $9^3 \mid a$ бол $a = 0$ болно. Эндээс $\varepsilon_1 = 0 \rightarrow \varepsilon_2 = 0 \rightarrow \dots \rightarrow \varepsilon_9 = 0$ болно. Иймд $n = 9$ нь (*) нөхцлийг хангалтаа.

$\exists n \geq 10$ -ийн хувьд (*) биелэгддэг гээ. $n \geq 10$ бол $2^n - 1 > n^3$ гэдгийг индукцээр баталж болно. $A = \{x_1, \dots, x_n\} \subseteq \mathbb{N}$, $i \neq j$ үед $x_i \neq x_j$ байг. $B(A)$ нь A -ийн хоосон биш бүх дэд олонлогуудын олонлог байг. $|B(A)| = 2^n - 1 > n^3$ тул Дирихлейн зарчмаар $\exists B \neq C \subseteq A$, $\sum_{x \in B} x \equiv \sum_{y \in C} y \pmod{n^3}$,

$$\sum_{x \in B} x - \sum_{y \in C} y \equiv 0 \pmod{n^3} \quad (1)$$

(1)-ийг $\exists \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \in \{-1; 0; 1\}$, $\exists \varepsilon_i \neq 0$, $n^3 \mid \sum_{i=1}^n \varepsilon_i x_i$ гэж бичиж болох тул олох тоо 9 болно.

2. $G = G(V, E)$ байг. $S_1 S_2 \in E$ байг. $k = |V_2| = |\{M \mid MS_1, MS_2 \in E\}|$ бол $(1600 - k - 1) + (1600 - k - 1) + k + 2 \leq 2006$ -аас $k \geq 1194$. $S_3 \in V_2$ байг. $i = |V_3| = |\{M \in V \mid MS_i \in E, i = \overline{1, 3}\}|$ байг.

$(1600 - 2 - i) + 1194 + 3 \leq 2006, i \geq 789. S_4 \in V_3$ байг. $j = |V_4| = |\{M \in V | MS_i \in E, \overline{1, 4}\}|, (1600 - 3 - j) + 789 + 4 \leq 2006, j \geq 384. S_5 \in V_4$ бол $V' = \{S_1, \dots, S_5\}$ гэвэл V' дээр оройтой бүтэн граф нь G -ийн дэд граф болно. Иймд $n \geq 5$.

$V = \{S_1, \dots, S_{2006}\}. S_m S_l \in E \Leftrightarrow m \neq l \pmod{5}$ гээ. $\lceil \frac{2006}{5} \rceil = 401$ тул S_m бүр нь $2005 - 400 = 1605$ эсвэл $2005 - 401 = 1604$ өөр цэгтэй холбогдсон байх тул бодлогын нөхцөл биелэх болно. Хэрэв эднээс дурын 6 цэг авбал тэдгээрийн аль нэг 2 нь $\pmod{5}$ -аар тэнцүү буюу тэдгээр нь хэрчмээр үл холбогдоно. Иймд $n < 6$ гэж гарлаа. Үүгээр $n = 5$ боллоо.

3. Хэрэв $p \in P$ ба $2 < p | a^m + 1$ бол $a^m \equiv -1(p)$ ба $a \equiv -1(p)$ -ээс m сондгой гэж гарна.

Хэрэв $a^m + 1 = 2^k, k \geq 3$ бол $a^m \equiv -1(4)$ -ээс a сондгой буюу $a^{\varphi(4)} \equiv a^2 \equiv 1(4)$ болох тул m сондгой гэж гарна, өөрөөр хэлбэл m ямагт сондгой тоо байна. $p \in P, p | m$ байг. m сондгой тул $a^p + 1 | a^m + 1 | (a + 1)^n$ буюу $\frac{a^p + 1}{a + 1} | (a + 1)^{n-1}$.

$f(x) = \frac{x^p + 1}{x + 1} = x^{p-1} - x^{p-2} + \dots - x + 1, f(-1) = p$ тул $f(x) = (x + 1)g(x) + p, g(x) \in \mathbf{Z}[x]$ -д $x = a$ гэвэл

$$f(a) = (a + 1)g(a) + p \quad (1)$$

$P \ni q | f(a)$ бол $q | (a + 1)^{n-1}, q | a + 1$ буюу (1)-ээс $q | p$. Иймд $q = p, f(a) = p^r, r \geq 1, p | (a + 1)^{n-1}, p | a + 1$.

Хэрэв $p^2 | a + 1$ бол (1)-ээс $p^2 \nmid f(a)$.

Хэрэв $p^2 \nmid a + 1$ бол $a + 1 = kp, (k, p) = 1$ буюу $f(a) = \frac{a^p + 1}{a + 1} = \frac{(kp - 1)^p + 1}{kp} \equiv p(p^2)$.

Өөрөөр хэлбэл ямар ч тохиолдолд $f(a) \neq 0(p^2)$ буюу $r = 1$. Хэрэв $p \geq 5$ бол $\frac{a^p + 1}{a + 1} > p: \frac{a^p + 1}{a + 1} = a^{p-1} - a^{p-2} + \dots - a + 1 > a^{p-2}(a - 1) > 2^{p-2} > p$. Иймд $p = 3, \frac{a^3 + 1}{a + 1} = a^2 - a + 1 = p = 3$ -аас $a = 2$ буюу $m = 3^S$ болох тул $a^m + 1 | (a + 1)^n$ нь $2^{3^S} + 1 | 3^n$ болно. Гэтэл энэ нь $S > 1$ үед боломжгүй юм: $19 | 2^{3^2} + 1$ ба $S > 2$ бол $2^{3^S} + 1 = 2^{3^2 \cdot 3^{S-2}} + 1 = 2^{3^2 \cdot t} + 1 = (2^{3^2} + 1)(\dots) = 19A$ болно. Иймд $m = p = 3$ боллоо. Үүгээр $2^3 + 1 | 3^n, \forall n$ буюу $(a, m, n) = (2, 3, n)$.

1. (Б.Батцэнгэл) Хавтгай дээр гүдгэр олон өнцөгт P , түүн дотор O цэг өгөгдөв. Ямар ч натурал n тооны хувьд $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}$ байх $A_1, A_2, \dots, A_n \in P$ цэгүүд олдоно гэдгийг батал.

2. (Т.Хулан) ABC гурвалжин дотор орших P цэгийн хувьд

$$\frac{\angle BPC - \angle BAC}{3} = \frac{\angle APB - \angle ACB}{2} = \angle APC - \angle ABC$$

байдаг бол $2 \cdot \frac{BP}{AP} = \frac{BC}{AC}$ байхыг батал.

3. (А.Ганбат) $x, y, z \in [1, 2]$ тоонуудын хувьд $(x+y+z) \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 6 \cdot \left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}\right)$ байхыг батал.

4. (Ц.Дашдорж) a_1, a_2 нь өгөгдсөн харилцан анхны натурал тоонууд ба $\{a_n\}$ дараалал нь $n \geq 1$ үед

$$a_{n+2} = a_{n+1}a_n + 1 \quad (1)$$

гэж тодорхойлогдов. Ямар ч $m \geq 2$ дугаарын хувьд $(a_m)^m \mid (a_k)^k$ байх $k > m$ дугаар олдоно гэдгийг батал.

1. n -ээр индукцлэе. $n = 2$ үед эхлээд баталъя. O цэгийн хувьд P олон өнцөгтийг тэгш хэмтэй хувиргахад үүсэх олон өнцөгтийг P' гээ. O цэг P -ийн дотор орших тул $P \cap P' \neq \emptyset$ бөгөөд $P \cap P' = A$ гэвэл O цэгийн хувьд A -тай төвийн тэгш хэмтэй A' цэг мөн $P \cap P'$ -д байна. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA'} = \vec{0}$ тул индукцийн суурь батлагдав. $A \in P$ цэг нь O цэгээс хамгийн ойрхон орших цэг болог. Тэгвэл A цэг P олон өнцөгтийн тал дээр оршино. Учир нь эсрэг тохиолдолд A цэг олон өнцөгтийн B, A, C гэсэн дараалсан 3 оройн нэг гэвэл $\angle BAO > 90^\circ$, $\angle CAO > 90^\circ$ буюу $\angle BAC > 180^\circ$ болж P нь гүдгэр гэдэгт зөрчинө. $n \cdot \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{OA} = \vec{0}$ байх O' цэгийг сонирхоё. Тэгвэл A цэгийн сонголт ёсоор O' цэг нь P олон өнцөгт дотор байна. Индукцийн таамаглал ёсоор $\overrightarrow{O'A_1} + \dots + \overrightarrow{O'A_n} = \vec{0}$ байх

$A_1, \dots, A_n \in P$ ялгаатай цэгүүд олдоно. Тэгвэл $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA_1} + \dots + \overrightarrow{OA_n} = (\overrightarrow{OA} + n \cdot \overrightarrow{OO}) + (\overrightarrow{O'A_1} + \dots + \overrightarrow{O'A_n}) = \overrightarrow{O}$ болно. Хэрэв $A \neq A_i$ ($1 \leq i \leq n$) бол бидний олох ёстой цэгүүд нь $A, A_1, \dots, A_n$ юм. Хэрэв $A = A_1$ бол A цэгийг агуулсан тал дээрээс A цэгт маш ойрхон A цэгээс ижил зайтай B, C цэгүүдийг сонгон авахад $B, C, A_1, \dots, A_n$ нь бодлогын нөхцлийн хангана.

2. Үүнийг олон хүн бодсон хялбар бодлого байсан тул бодолтыг уншигчиддаа үлдээе.

3. $1 \leq z \leq y \leq x \leq 2$ гэж үзэж чадна. $S_z = z(x-y)^2(x+y)(z^2+zx+zy-2xy)$, $S_y = y(z-x)^2(x+z)(y^2+yx+yz-2xz)$, $S_x = x(y-z)^2(y+z)(x^2+xy+xz-2yz)$ гэе. $S_z + S_y + S_x \geq 0$ гэж батлая. $S_x \geq 0$: $x^2 + xy + xz - 2yz \geq x^2 + yz + yz - 2yz = x^2 \geq 0$ $S_y \geq 0$: $x \leq 2 = 1 + 1 \leq y + z$, $xy \leq y(y+z)$ тул $y^2 + yx + yz - 2xz \geq y^2 + yx + yz - 2xy \geq 2xy - 2xy = 0$. Одоо $S_y + S_z \geq 0$ гэж батлая. $(x-y)^2 \leq (x-z)^2$ тул $S_y + S_z \geq (x-y)^2[y(x+z)(y^2+yx+yz-2xz) + z(x+y)(z^2+zx+zy-2xy)] \geq 0 \Leftrightarrow [y(x+z)(y^2+yx+yz-2xz) + z(x+y)(z^2+zx+zy-2xy)] \geq 0$. $y(x+z) \geq z(x+y) \geq 0$ тул $[y(x+z)(y^2+yx+yz-2xz) + z(x+y)(z^2+zx+zy-2xy)] \geq 0 \Leftrightarrow y^2+yx+yz-2xz+z^2+zx+zy-2xy = y^2+z^2+2yz-xy-xz = y(y+z-x) + z(z+y-x) \geq 0$ (x, y, z) = (2, 1, 1) эсвэл $x = y = z$ үед тэнцэл биелэх нь бодолтын явцаас харагдана.

4. (Э.Тэмүгэгийн бодолт). $p \in P$, $p|a_m$ байг. $p|a_n$, $m < n$ байх n тоо төгсгөлгүй олон олдохыг батлая. $a_m \equiv 0(p)$ ба a_m -ээс хойших бүх тоонуудыг $\text{mod } p$ -ээр бичье, $a_n \equiv \bar{a}_n(p)$. $\{\bar{a}_n\}_{n \geq m}$ дарааллын хувьд мөн (1) биелэнэ.

$$(\bar{a}_m, \bar{a}_{m+1}), (\bar{a}_{m+1}, \bar{a}_{m+2}), \dots, (\bar{a}_n, \bar{a}_{n+1}), \dots \quad (2)$$

гэвэл (2)-д нийт p^2 ялгаатай хос л байж болох тул $\exists k, l > m$, $(\bar{a}_k, \bar{a}_{k+1}) = (\bar{a}_l, \bar{a}_{l+1})$ ба $l = k + s$ гэвэл $\bar{a}_k = \bar{a}_l = \bar{a}_{k+s}$ ба (1)-ээр $\bar{a}_{k+2} = \bar{a}_{l+2}, \dots, \bar{a}_k = \bar{a}_{k+s} = \bar{a}_{l+s} = \bar{a}_{k+2s} = \dots = \bar{a}_{k+ts}$, $t \in \mathbb{N}$ буюу өөрөөр хэлбэл $\{\bar{a}_n\}_{n \geq m}$ дараалал үелэнэ. Одоо эхнээсээ үелэнэ гэдгийг батлая (өөрөөр хэлбэл $0 = \bar{a}_m$ -ээс эхэлж). Эсрэгээс нь $0 \neq \bar{a}_l$ -ээс эхэлж үелэдэг гэе, энд $l > m$. Гэтэл $0 \neq \bar{a}_l$ үед $\bar{a}_l x \equiv \bar{a}_{l+1} - 1(p)$ тэгшитгэл ганц шийдтэй гэдгээс $\{\bar{a}_n\}$ дараалал $\bar{a}_{l-1}$ -ээс эхэлж үелэнэ гэж гарав. $p|a_m$ байх p -д харгалзах үеийн

уртыг k_p гэвэл $\forall t, p|a_{m+tk_p}$ болов. $a_m = p_1^{\alpha_1} \cdots p_r^{\alpha_r}$, $\beta = \max \alpha_i$ байг. Тэгвэл $n = [k + p_1, \dots, k_{p_r}]$, $j = m + ln > \beta m$ байхаар l -г сонгосон үед $a_m^m | a_j^j$ болно.

МОНГОЛЫН ОЮУТНЫ МАТЕМАТИКИЙН XIV ОЛИМПИАД

Б.Батцэнгэл

а) эчнээ давааны бодлогууд

I анги

- 1 (Б.Батцэнгэл). $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ матрицуудын хувьд $\text{rank}(B) = 1$ бол $\det(A+B) \cdot \det(A-B) \leq \det A^2$ байхыг батал.
- 2 (Б.Батцэнгэл). а) Ямар ч $A \in M_{n \times n}(\mathbb{C})$ матрицын хувьд $\text{rank}(A^n) \neq \text{rank}(A^{n+1})$ байхыг батал.
б) $\text{rank}(A^n) \neq \text{rank}(A^{n-1})$ байх бүх $A \in M_{n \times n}(\mathbb{C})$ матрицууд хоорондоо төсөөтэй гэж батал.
- 3 (Б.Батцэнгэл). Стохастик буюу аль ч мөрийн элементүүдийн нийлбэр нь 1 байх сөрөг биш тоонуудаас тогтох квадрат A матрицын хувьд $|\det A| = 1$ бол A нь сэлгэмэлийн матриц гэдгийг батал.
- 4 (Б.Батцэнгэл). Ялгаатай $a_1, \dots, a_m \in \mathbb{C}$ тоонууд ба $P_1, \dots, P_m \in \mathbb{C}[x]$ олон гишүүнтүүдийн хувьд

$$x_n = P_1(n) \cdot a_1^n + \dots + P_m(n) \cdot a_m^n$$

дарааллын утгын муж төгсгөлөг бол уг дараалал үетэй гэдгийг батал.

- 5 (В.Адъяасүрэн). a, b нь эерэг тоонууд бол $x_1 = a, x_2 = b$ ба $n \geq 1$ үед $x_{n+2} = \frac{2}{x_n + x_{n+1}}$ гэж тодорхойлогдох $\{x_n\}$ дараалал нийлнэ гэдгийг батал.
- 6 (Б.Батцэнгэл). Эерэг тоонуудын үл өсөх $x_1 \geq x_2 \geq \dots$ ба $y_1 \geq y_2 \geq \dots$ дараалал өгөгдөв. Хэрэв ямар ч натурал n

тооны хувьд $x_1 \cdot \dots \cdot x_n \geq y_1 \cdot \dots \cdot y_n$ байдаг бол ямар ч натурал тооны хувьд $x_1 + \dots + x_n \geq y_1 + \dots + y_n$ байхыг батал.

7 (В.Адъяасүрэн). $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_1}{n+1} + \frac{a_2}{n+2} + \dots + \frac{a_n}{n+n} \right) = \frac{1}{2}$ байх зөвхөн 0,1 гэсэн утгатай $\{a_n\}$ дараалал олдоно гэж батал.

8 (В.Адъяасүрэн). $\sup_{x,y,z>0} \frac{1}{\sqrt{x+y+z}} \left(\frac{x}{\sqrt{x+y}} + \frac{y}{\sqrt{y+z}} + \frac{z}{\sqrt{z+x}} \right)$ дээд торгон хилийг ол.

9 (Б.Батцэнгэл). $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ нь ялгаатай $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ язгууртай n зэргийн олон гишүүнт бол $0 \leq m \leq n-2$ байх ямар ч бүхэл m тооны хувьд $\sum_{i=1}^n \frac{x_i^m}{P'(x_i)} = 0$ байхыг батал.

10 (Б.Батцэнгэл). Хавтгай дээр өгөгдсөн параболын ялгаатай A, B, C цэгүүдийн нормал шулуунууд нэг цэгт огтлолцдог бол ABC гурвалжны хүндийн төв нь уг параболын тэгш хэмийн тэнхлэг дээр оршино гэдгийг батал.

11 (Б.Батцэнгэл). Дурын $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ векторуудын хувьд $f([\vec{a}, \vec{b}]) = [f(\vec{a}), f(\vec{b})]$ байх бүх $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ буулгалтыг ол.

12 (Б.Батцэнгэл). G нь n ширхэг элементтэй абелийн биш бүлэг ба $\phi: G \rightarrow G$ нь автоморфизм болог. $\phi(g) = g^{-1}$ байх элементүүдийн тоог m гэвэл $4m \leq 3n$ тэнцэл биш биелэхийг батал. $4m = 3n$ байх G бүлэг ба ϕ автоморфизмын жишээг ол.

13 (Б.Батцэнгэл). $2\pi \cdot \frac{p}{q}$ өнцөг өгөгдөв (p, q нь харилцан анхны натурал тоонууд). Ямар p, q тоонуудын хувьд уг өнцгийг гортиг, шугамын тусламжтайгаар 3 тэнцүү хэсэгт хувааж болох вэ?

14 (Б.Батцэнгэл). $GL_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ бүлгийн Силовын p -бүлгийн тоог ол.

15 (Б.Батцэнгэл). Анх тоон шулууны $x = 0$ цэг дээр хүү байрласан байв. Дараагийн алхам бүрт шоог орхиж, k тоо буувал, хүүг өмнөх $x = i$ цэгээс $x = i + k$ цэг рүү шилжин байрлуулна (шоог орхиход 1, 2, 3, 4, 5, 6 тоонууд ижил $\frac{1}{6}$ магадлалтайгаар бууна). Хүү $x = n$ цэг дээр очих магадлалыг p_n гэвэл $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ хязгаарыг ол.

16 (Б.Батцэнгэл). Сагсчин Шавраа 100 удаа торгуулийн шидэлт гүйцэтгэв. Тэрээр эхний шидэлтээр бөмбөгийг сагсанд заавал оруулах ба харин 2-р шидэлтээр оруулахгүй. Дараагийн шидэлт бүрт түүний бөмбөгийг сагсанд оруулах магадлал нь өмнөх шидэлтүүдийн сагсанд бөмбөг оруулсан хувьтай тэнцэнэ. Шавраа 50 удаа сагсанд бөмбөг оруулах магадлалыг ол.

Зарим бодлогуудын бодолт

1. $\text{rank}(B) = 1$ байх B матрицыг мөр ба баганы элементар хувиргалтаар

$$E_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

матрицад шилжүүлж болно. Өөрөөр хэлбэл, $B = P \cdot E_{11} \cdot Q$ байх урвуутай P , Q матрицууд олдоно. $A' = P^{-1}AQ^{-1}$ гэвэл $A = PA'Q$ болох ба

$$\begin{aligned} \det(A - B) &= \det P \cdot \det Q \cdot \det(A' - E_{11}) \\ \det(A + B) &= \det P \cdot \det Q \cdot \det(A' + E_{11}) \\ \det(A)^2 &= (\det P)^2 \cdot (\det Q)^2 \cdot (\det A')^2 \end{aligned}$$

тул батлах ёстой зүйл нь

$$\det(A' - E_{11}) \cdot \det(A' + E_{11}) \leq (\det A')^2$$

гэсэн тэнцэл бишэд шилжинэ.

$$\begin{aligned} \det(A' - E_{11}) &= \det \begin{pmatrix} a'_{11} - 1 & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & a'_{nn} \end{pmatrix} = \\ &= \det \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & a'_{nn} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & a'_{nn} \end{pmatrix} = \end{aligned}$$

$= \det(A') - A'_{11}$ болно. Энд A'_{11} нь A' матрицын a'_{11} элементийн алгебрийн гүйцээлт юм. Үүнтэй нэгэн адилаар $\det(A' + E_{11}) = \det(A') + A'_{11}$ болно. Иймд

$$\det(A' - E_{11}) \cdot \det(A' + E_{11}) = (\det A')^2 - A'^2_{11} \leq (\det A')^2$$

юм.

2. $\text{rank}(A \cdot B) \leq \text{rank}(A)$ байдаг учраас ямар ч k тооны хувьд $\text{rank}(A^{k+1}) = \text{rank}(A^k \cdot A) \leq \text{rank} A^k$ байна. Цаашилбал $\text{rank} A^{k+1} < \text{rank} A^k$ байхын тулд $\text{rank} A^{k+1} \cdot X = 0$ бөгөөд $\text{rank} A^k \cdot X \neq 0$ байх тэгээс ялгаатай багана X вектор олдох ёстой.

а) Эсрэгээс, $\text{rank}(A^{n+1}) < \text{rank}(A^n)$ гэж үзье. Тэгвэл дээр тэмдэглэсэн дүгнэлт ёсоор, $A^{n+1} \cdot X = 0$, $A^n \cdot X \neq 0$ байх тэгээс ялгаатай X вектор олдоно. A матрицын характеристик олон гишүүнт нь $\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n$ болог. Гамильтон-Келигийн теорем ёсоор $A^n + a_1 A^{n-1} + \dots + a_n = 0$ байх ёстой. Энэ тэнцлийг $A^n, A^{n-1}, \dots, A$ -ээр үржүүлж X векторд хэрэглэвэл:

$$\begin{cases} a_n A^n X = 0 \\ a_{n-1} A^n X + a_n A^{n-1} X = 0 \\ \dots\dots\dots \\ a_1 A^n X + \dots + a_{n-1} A^2 X + a_n A X = 0 \end{cases}$$

болох ба эндээс $a_n = a_{n-1} = \dots = a_1 = 0$ гэж гарна. Иймд $A^n = 0$ болох ба эндээс $A^{n+1} = 0$ гэж гарна. Энэ нь $\text{rank}(A^{n+1}) < \text{rank}(A^n)$ гэж үзсэнд зөрчинө.

б) Дээр тэмдэглэсэн дүгнэлт ёсоор ямар нэгэн $X \neq 0$ векторын хувьд $A^n \cdot X = 0$ ба $A^{n-1} \cdot X \neq 0$ гэж гарна. Тэгвэл $\{X, AX, \dots, A^{n-1}X\}$ векторууд нь $\mathbb{C}^n$ огторгуйн базис болно. Үнэхээр $\alpha_0 X + \alpha_1 AX + \dots + \alpha_{n-1} A^{n-1} X = 0$ бол энэ тэнцлийг $A^{n-1}, A^{n-2}, \dots, A$ -аар үржүүлэхэд

$$\begin{cases} \alpha_0 A^{n-1} X = 0 \\ \alpha_0 A^{n-2} X + \alpha_1 A^{n-1} X = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_0 A X + \alpha_1 A^2 X + \dots + \alpha_{n-2} A^{n-1} X = 0 \end{cases}$$

гэж гарах ба эндээс $\alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_{n-2} = 0$ гэж гарна. Энэ базист A матриц нь

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

гэсэн хэлбэртэй учраас A матриц J матрицтай төсөөтэй. Иймд бүх ийм A матриц J матрицтай буюу хоорондоо төсөөтэй байна.

3. Адамарын тэнцэтгэл биш ёсоор $|\det A| \leq \prod_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij}^2)$ байх

ба A матриц стохастик үед $\sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \leq (\sum_{j=1}^n a_{ij})^2 = 1$ юм. Иймд

$1 = |\det A| \leq 1$ болов. Тэнцэлдээ хүрэхийн тулд юуны өмнө $\sum_{j=1}^n a_{ij}^2 = (\sum_{j=1}^n a_{ij})^2$ байх ёстой. Энэ нь i -р мөрөнд зөвхөн ганц тэгээс ялгаатай тоо байхад л биелэнэ. Тэр тэгээс ялгаатай тоо нь 1 байх нь ойлгомжтой бөгөөд хэрэв A матрицын 2 мөр ижил бол $\det A = 0$ болох тул A матрицын мөрүүд ялгаатай буюу A нь сэлгэмэлийн матриц байна.

4. $\deg P_1 = k_1, \dots, \deg P_m = k_m$ бол x_n тоо нь

$$(x - a_1)^{k_1} \cdot \dots \cdot (x - a_m)^{k_m}$$

характеристик тэгшитгэлтэй $k_1 + \dots + k_m$ алхамтай рекурент дарааллын ерөнхий гишүүн байна. Хэрэв рекурент дарааллын утгын муж төгсгөлөг бол уг дараалал үелэнэ гэдэг нь тодорхой юм.

6. Юуны өмнө $\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0$ бол

$$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n} \geq y_1^{\alpha_1} y_2^{\alpha_2} \dots y_n^{\alpha_n}$$

байхыг баталъя. Үүний тулд $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$ үржвэрийг

$$(x_1 \dots x_n)^{\alpha_n} (x_1 \dots x_{n-1})^{\alpha_{n-1} - \alpha_n} \dots (x_1 x_2)^{\alpha_2 - \alpha_3} x_1^{\alpha_1 - \alpha_2}$$

гэж бичихэд хангалттай. Мөн ямар ч сэлгэмэлийн хувьд

$$y_1^{\alpha_1} y_2^{\alpha_2} \cdots y_n^{\alpha_n} \geq y_1^{\alpha_{\sigma(1)}} y_2^{\alpha_{\sigma(2)}} \cdots y_n^{\alpha_{\sigma(n)}}$$

байна. Дурын $N \in \mathbb{N}$ тооны хувьд

$$\begin{aligned} (x_1 + \cdots + x_n)^N &= \sum_{\substack{\alpha_1, \dots, \alpha_n \geq 0 \\ \alpha_1 + \cdots + \alpha_n = N}} \frac{N!}{\alpha_1! \cdots \alpha_n!} x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n} \geq \\ &\geq \sum_{\substack{\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0 \\ \alpha_1 + \cdots + \alpha_n = N}} \frac{N!}{\alpha_1! \cdots \alpha_n!} x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n} \geq \\ &\geq \sum_{\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0} \frac{N!}{\alpha_1! \cdots \alpha_n!} y_1^{\alpha_1} \cdots y_n^{\alpha_n} \geq \frac{1}{n!} (y_1 + \cdots + y_n)^N \end{aligned}$$

$N \rightarrow \infty$ үед энэ тэнцэтгэл бишээс $x_1 + \cdots + x_n \geq y_1 + \cdots + y_n$ гэж гарна.

10. Аффинн хувиргалтаар өгсөн параболыг $y = x^2$ тэгшитгэлтэй гэж үзэж болно. Параболын (x_0, x_0^2) цэгт татсан шүргэгчийн тэгшитгэл $(x - x_0) \cdot (-2x_0) + y - x_0^2 = 0$, харин нормалийн тэгшитгэл $\frac{x-x_0}{-2x_0} = y - x_0^2$ буюу $x + 2x_0 \cdot y - (x_0 + 2x_0^3) = 0$ юм. $A_1(x_1, x_1^2)$, $A_2(x_2, x_2^2)$, $A_3(x_3, x_3^2)$ ялгаатай цэгүүдэд татсан гурван нормаль шулуун нь нэг цэгт огтлолцдог бол

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2x_1 & x_1 + 2x_1^3 \\ 1 & 2x_2 & x_2 + 2x_2^3 \\ 1 & 2x_3 & x_3 + 2x_3^3 \end{pmatrix} = 4 \det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^3 \end{pmatrix} = 0$$

байна.

$$\det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^3 \end{pmatrix} = (x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_2 - x_1)(x_1 + x_2 + x_3) \text{ тул}$$

эндээс $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ буюу A_1, A_2, A_3 цэгүүдийн хүндийн төв нь $x = 0$ шулуун буюу параболын тэнхлэг дээр оршино гэж гарна.

11. Хариу: а) Дурын $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ векторын хувьд $f(\vec{a}) = \vec{0}$

б) Ямар нэгэн $Q \in SO_3(\mathbb{R})$ ортогональ матрицын хувьд $f(\vec{a}) =$

$Q \cdot \vec{a}$.

$f(\vec{a}) \neq \vec{0}$ байх $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ вектор олддог үед бодолтыг дараах үе шаттайгаар хийнэ. Үүнд:

1) $f(\vec{0}) = \vec{0}$, $f(-\vec{a}) = -f(\vec{a})$

2) f нь шугаман хувиргалт

3) $f(\vec{a}) = Q\vec{a}$ бол Q нь тодорхойлогч нь 1 байх ортогональ матриц байна.

Үүнээс 2-р шатыг баталж үзүүлье. Юуны өмнө $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ векторуудын хувьд $[\vec{a}, \vec{c}] = [\vec{b}, \vec{c}]$ бол $\vec{a} = \vec{b} + \alpha \cdot \vec{c}$ байх α бодит тоо олддог гэсэн хялбар дүгнэлтийг хийе. $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ векторуудын хувьд $[\vec{a}, \vec{b}] \neq \vec{0}$ болог. Тэгвэл өгсөн нөхцөл ёсоор

$$[f(\vec{a} + \vec{b}), f(\vec{a})] = f([\vec{a} + \vec{b}, \vec{a}]) = f([\vec{b}, \vec{a}]) = [f(\vec{b}), f(\vec{a})]$$

$$[f(\vec{a} + \vec{b}), f(\vec{b})] = f([\vec{a} + \vec{b}, \vec{b}]) = f([\vec{a}, \vec{b}]) = [f(\vec{a}), f(\vec{b})]$$

болох ба дээр тэмдэглэсэн дүгнэлт ёсоор $f(\vec{a} + \vec{b}) = f(\vec{b}) + \alpha f(\vec{a})$, $f(\vec{a} + \vec{b}) = f(\vec{a}) + \beta f(\vec{b})$ байх α, β тоонууд олддог. $\alpha = \beta = 1$ болохыг хялбархан харуулж болно. Цаашилбал, $[f(\alpha \vec{a}), f(\vec{b})] = f([\alpha \vec{a}, \vec{b}]) = f(\vec{0}) = \vec{0}$ тул $f(\alpha \vec{a}) = \beta \vec{a}$ байна. $\beta = \alpha$ гэдгийг хялбархан харуулж болно.

12. Эсрэгээс $m > \frac{3}{4}n$ гэж үзье.

$$G[\phi] = \{g \in G \mid \phi(g) = g^{-1}\}$$

ба $g \in G[\phi]$ үед $h \in G[\phi] \cap gG[\phi]$ элементийг сонирхоё. $\phi(h) = h^{-1}$, $\phi(g) = g^{-1}$ ба $\phi(g^{-1}h) = h^{-1}g$ тул $gh^{-1} = h^{-1}g$ буюу $gh = hg$ болно. Энэ нь $G[\phi] \cap gG[\phi]$ -ын бүх элемент g -ийн нормализаторд харъяалагдахыг харуулна. $|G[\phi]| > \frac{3}{4}n$, $|gG[\phi]| > \frac{3}{4}n$ тул

$$|G[\phi] \cap gG[\phi]| > \frac{3}{4}n + \frac{3}{4}n - n = \frac{n}{2}.$$

Иймд g -ийн нормализатор нь G -тэй тэнцүү. Өөрөөр хэлбэл, $g \in Z(G)$. Эндээс $G[\phi] \subseteq Z(G)$ болов. $|Z(G)| > \frac{3}{4}n$ нь G бүлэг зөвхөн абелийн үед л боломжтой юм.

14. $GL_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ бүлгийн матрицын эхний мөр нь 0-ээс ялгаатай

$p^n - 1$ боломжтой. 2-р мөр нь 1-р мөртэй коллинеар биш тул $p^n - p$ боломжтой, 3-р мөр нь 1 ба 2-р мөртэй коллинеар биш тул $p^n - p^2$ боломжтой, ..., n -р мөр нь $p^n - p^{n-1}$ боломжтой гэж гарна. Иймд $|GL_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})| = (p^n - 1)(p^n - p) \cdots (p^n - p^{n-1})$ бөгөөд уг тоог хуваах p -ийн хамгийн их зэрэг нь $p^{1+2+\cdots+(n-1)}$ юм. $U_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ -ээр гол диагоналийн бүх элемент 1 байх дээд гурвалжин матрицуудын бүлгийг тэмдэглэвэл, $|U_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})| = p^{1+2+\cdots+(n-1)}$ байна. Иймд $U_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ нь $GL_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ бүлгийн Силовын p -бүлэг мөн. $U_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ бүлгийн нормализатор нь тодорхойлогч нь тэгээс ялгаатай байх дээд гурвалжин матрицуудын $B_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ бүлэг байх ба $|B_n(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})| = (p-1)^n \cdot p^{1+2+\cdots+(n-1)}$ байна. Иймд уг нормализаторын индекс нь $\frac{p^n-1}{p-1} \cdot \frac{p^{n-1}-1}{p-1} \cdots \frac{p^2-1}{p-1}$ бөгөөд энэ тоо нь Силовын p -бүлгийн тоо юм.

15. Хүү $x = n + 6$ цэг дээр ирэхдээ $n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5$ цэгүүдээс харгалзан шоо 6, 5, 4, 3, 2, 1 буусан тохиолдолд ирнэ. Иймд

$$p_{n+6} = \frac{1}{6}p_{n+5} + \frac{1}{6}p_n + 4 + \frac{1}{6}p_{n+3} + \frac{1}{6}p_{n+2} + \frac{1}{6}p_{n+1} + \frac{1}{6}p_n$$

юм. Энэ рекурент харьцааны характеристик олон гишүүнтийг $f(x) = 6x^6 - x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$ гэж тэмдэглэе. Эхлээд уг олон гишүүнтийн нэгээс ялгаатай бүх язгуур нь абсолют хэмжигдэхүүнээрээ 1-ээс бага комплекс тоо гэдгийг баталъя. Үнэхээр комплекс z тооны хувьд $|z| = R \geq 1$ бол

$$|z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1| \leq |z^5| + |z^4| + |z^3| + |z^2| + |z| + 1 = R^5 + R^4 + \cdots + 1 \leq 6R^5$$

тул $|f(z)| = |6z^6 - z^5 - z^4 - \cdots - 1| \geq 6R^6 - 6R^5 \geq 0$ ба $f(z)$ тэгтэй тэнцэх гарцаагүй нөхцөл нь $z = 1$ гэж гарна.

Иймд $p_n = c_1 + c_2 z_2^n + \cdots + c_6 z_6^n$ гэж үзвэл $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = c_1$ болно.

Учир нь $|z_2|, \dots, |z_6| < 1$ тул $\lim_{n \rightarrow \infty} z_2^n = \cdots = \lim_{n \rightarrow \infty} z_6^n = 0$ юм.

$$p_1 = \frac{1}{6}, p_2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{6}, p_3 = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^2, \dots, p_6 = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^5$$

$k = n$ үед

$$p_{n+1}^n = p_n^{n-1} \cdot \frac{n-1}{n} + p_n^n \cdot \frac{0}{n} = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}$$

болох ба $1 < k < n$ үед

$$p_{n+1}^k = p_n^{k-1} \cdot \frac{k-1}{n} + p_n^k \cdot \frac{n-k}{n} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{k-1}{n} + \frac{n-k}{n} \right) = \frac{1}{n}$$

болж батлагдав. Иймд $p_{100}^{50} = \frac{1}{99}$ байна.

б) Мэргэжлийн II-IV анги

1 (Б.Батцэнгэл). Ялгаатай хувийн утгуудтай симметр матрицтай байр сольдог дурын матриц мөн симметр байна гэдгийг харуул.

2. I ангийн 3-р бодлого.

3. I ангийн 12-р бодлого.

4 (Б.Батцэнгэл). а) $\mathbb{C}[t]/(t^n)$ цагирагт $x^m = 0$ тэгшитгэл хэдэн шийдтэй вэ?

б) $\mathbb{C}[t]/(t^n - 1)$ цагирагт $x^m = 1$ тэгшитгэл хэдэн шийдтэй вэ?

в) $\mathbb{C}[t]/(t^n)$ цагирагт $x^m = 1$ тэгшитгэл хэдэн шийдтэй вэ?

5. I ангийн 13-р бодлого.

6 (Б.Батцэнгэл). $a, b \in \mathbb{Q}$ үед $x^5 - 5ax^3 + 5a^2x - 2b = 0$ тэгшитгэлийг бодож Галуагийн бүлгийг нь ол.

7. I ангийн 6-р бодлого.

8. I ангийн 8-р бодлого.

9 (В.Адъяасүрэн). $[-1, 1]$ хэрчим дээр тасралтгүй дифференциалагдах $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ функцийн хувьд $f(-1) = -1$, $f(1) = 1$, $f(0) \neq 0$ байв. Тэгвэл $f'(c_1) \cdot f'(c_2) \cdot f'(c_3) = 1$ байх ялгаатай c_1, c_2, c_3 тоонууд $(-1, 1)$ завсраас олноо гэдгийг батал.

10 (Б.Батцэнгэл). Дурын $z_1, \dots, z_n \in \mathbb{C}$ тоонуудын хувьд

$$\left| \sum_{i \in I} z_i \right| \geq \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{i=1}^n |z_i|$$

байх $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ дэд олонлог олдono гэдгийг батал.

11. I ангийн 9-р бодлого.

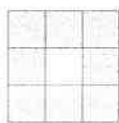
12. I ангийн 11-р бодлого.

13. I ангийн 15-р бодлого.

14 (Б.Батцэнгэл). Огторгуйд байрласан нэгж кубийг хавтгай руу проекцлоход үүсэх проекцын талбайн математик дунджийг ол.

15. I ангийн 16-р бодлого.

16 (Б.Батцэнгэл). $m \times n$ хэмжээтэй хүснэгтийн нүдүүдийг хар ба цагаанаар будав (аль ч нүд нь $\frac{1}{2}$ магадлалтайгаар хар ба цагаанаар будагдана).



Нэг өнгөөр будагдсан мужийн тооны математик дундаж нь $\frac{mn}{8}$ -ээс багагүй гэдгийг батал. (муж гэдэг нь нэг нүднээс нь нөгөө нүд рүү шатрын тэрэгний тусламжтай

очиж болох нүднүүдийн олонлог юм. Жишээ нь дараахь зурагт нэг өнгөөр будагдсан 2 муж байна).

Зарим бодлогуудын бодолт

1. Огторгуйн базисыг хувийн векторуудаар сонгож, өгсөн матрицыг

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

гэж үзэж болно. Одоо энэ матрицтай байр сольдог бүх матриц нь симметр гэдгийг хялбархан харуулж болно.

4. а) $(m, n) = d$ гэе. Тэгвэл ямар ч $\alpha \in \mathbb{C}$ тооны хувьд $x = at^{\frac{n}{d}}$ нь $x^m = 0$ тэгшитгэлийн шийд мөн. Иймд тэгшитгэл төгсгөлгүй олон шийдтэй.

б) $\mathbb{C}[t]/(t^n - 1) \cong \underbrace{\mathbb{C} \oplus \dots \oplus \mathbb{C}}_n$ гэдгийг $\xi_1, \dots, \xi_n$ нь нэгжийн n зэргийн

ялгаатай язгуур бол $f(t) \rightarrow f(\xi_i)$ буулгалтуудын тусламжтайгаар харуулж болно. Иймд $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ нь нэгжийн m зэргийн

язгууруудын n хос бол $f(\xi_1) = \varepsilon_1, \dots, f(\xi_n) = \varepsilon_n$ байх $x = f(t)$ олон гишүүнт бүр нь $x^m = 1$ тэгшитгэлийн шийдийг тодорхойлно. Хариу: mn

в) $\mathbb{C}[t]/(t^n)$ цагирагийн элементүүд нь эсвэл тогтмол, эсвэл нильпотент байдаг. Нильпотент элемент $x^m = 1$ тэгшитгэлийн шийд биш гэдэг нь ойлгомжтой. Иймд $x^m = 1$ тэгшитгэл нь тогтмол тоо болох m ширхэг комплекс шийдтэй. Хариу: m

6. α, β нь $\begin{cases} \alpha \cdot \beta = a \\ \alpha^5 + \beta^5 = 2b \end{cases}$ байх тоонууд болог. Тэгвэл $x = \alpha + \beta$

нь өгсөн тэгшитгэлийн шийд болно гэдгийг шалгая.

$$x^5 - 5ax^3 + 5a^2x - 2b = \alpha^5 + \beta^5 + 5\alpha\beta(\alpha^3 + \beta^3) + 10\alpha^2\beta^2(\alpha + \beta) - 5a(\alpha^3 + \beta^3) - 15a\alpha\beta(\alpha + \beta) + 5a^2(\alpha + \beta) - 2b =$$

$$= \alpha^5 + \beta^5 - 2b + 5(\alpha^3 + \beta^3)(\alpha\beta - a) + 5(\alpha + \beta)(2\alpha\beta^2 - 3a\alpha\beta + a^2) \text{ болох ба бидний үзэж буйгаар } \alpha^5 + \beta^5 - 2b = 0, \quad \alpha\beta - a = 0, \quad 2(\alpha\beta)^2 -$$

$$3a\alpha\beta + a^2 = 0 \text{ юм. } \begin{cases} \alpha\beta = a \\ \alpha^5 + \beta^5 = 2b \end{cases} \text{ систем тэгшитгэлийн эхний}$$

тэгшитгэлийг 5 зэрэгт дэвшүүлж бодвол $\xi = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ бол

$$\alpha = \xi^k \sqrt[5]{b + \sqrt{b^2 - a^5}}, \quad \beta = \xi^{5-k} \sqrt[5]{b - \sqrt{b^2 - a^5}} \quad (k = 0, 1, 2, 3, 4).$$

Иймд өгсөн тэгшитгэлийн 5 шийд нь

$$x = \alpha + \beta = \xi^k \sqrt[5]{b + \sqrt{b^2 - a^5}} + \xi^{5-k} \sqrt[5]{b - \sqrt{b^2 - a^5}}$$

болно. Энэ шийдүүдээс $b^2 - a^5$ нь бүтэн квадрат бол тэгшитгэлийн Галуагийн бүлэг $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ цикл бүлэг, $b^2 - a^5$ нь бүтэн квадрат биш бол Галуагийн бүлэг нь D_5 диэдр бүлэг гэдэг нь харагдаж байна.

10. $z_k \in \mathbb{C}$ комплекс тоог $z_k = |z_k| \cdot e^{i\alpha_k}$ гэж үзье. $-\pi \leq \theta \leq \pi$ бол $I(\theta)$ -ээр $\cos(\alpha_k - \theta) > 0$ байх бүх k ($1 \leq k \leq n$)-үүдийн олонлогийг тэмдэглэе. Тэгвэл

$$\left| \sum_{k \in I(\theta)} z_k \right| = \left| \sum_{k \in I(\theta)} e^{-i\theta} z_k \right| \geq \operatorname{Re} \left(\sum_{k \in I(\theta)} e^{-i\theta} z_k \right) = \sum_{k=1}^n |z_k| \cos^+(\alpha_k - \theta)$$

$$\text{юм. Энд } \cos^+(\alpha) = \begin{cases} \cos \alpha & \text{хэрэв } \cos \alpha \geq 0 \\ 0 & \text{хэрэв } \cos \alpha < 0 \end{cases} \quad \text{юм. } \cos^+(\alpha - \theta)$$

функцийн $[-\pi; \pi]$ завсар дахь дундаж утга нь

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^+(\alpha - \theta) d\theta = \frac{1}{\pi}$$

тул $\left| \sum_{k \in I(\theta)} \right| \geq \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n |z_k|$ байх θ өнцөг олноо.

в) Мэргэжлийн ангийн II даваа 2006.04.21.

1 (Б.Батцэнгэл). $y = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ функцийн график төвийн тэг хэмтэй байх гарцаагүй бөгөөд хүрэлцээтэй нөхцөл нь $15ab = 4a^3 + 25c$ тэнцэл биелэх явдал гэдгийг батал.

2 (В.Адъяасүрэн). $n \leq m$ натурал тоонууд бол $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2m} x \cdot \cos 2nx dx$ интегралыг тооцоол.

3 (Б.Батцэнгэл). $a_{ij} = \pm 1$, $1 \leq i, j \leq 6$ бол $\det(a_{ij})$ тодорхойлогчийн авч болох хамгийн их утгыг ол.

4 (Б.Батцэнгэл). $p \geq 5$ анхны тоо болог. $\sum_{a \in A} a \equiv 1 \pmod{p}$ байх p ширхэг элементтэй $A \subset \{1, 2, \dots, p^2\}$ дэд олонлогийн тоог N гэж тэмдэглэе. $p^4 \mid N$ байхыг батал.

Бодлогуудын бодолт

1. (p, q) цэг нь $y = f(x)$ функцийн төвийн тэгш хэм байх гарцаагүй бөгөөд хүрэлцээтэй нөхцөл нь $g(x) = f(x+p) - q$ функц нь сондгой байх явдал юм. f нь 5 зэргийн олон гишүүнт тул g нь мөн 5 зэргийн олон гишүүнт бөгөөд g сондгой байхын тулд $g(0) = g''(0) - g'''(0) = 0$ байх ёстой.

$$\begin{cases} g''(0) = f''(p) = 20p^3 + 12ap^2 + 6hp + 2c = 0 \\ g'''(0) = f'''(p) = 120p + 24a = 0 \end{cases}$$

Сүүлчийн тэгшитгэлээс $p = -\frac{a}{5}$ гэж гарах ба үүнийг эхний тэгшитгэлд орлуулбал $4a^3 - 15ab + 25c = 0$ гэж гарна.

3. Хариу: 160. Жишээ нь

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = 160$$

юм. Эхний мөрийг бусад бүх мөр дээр нэмэхэд уг мөрийн тоонууд $\pm 2, 0$ болох ба уг 5 мөрөөс 2 гэсэн үржигдэхүүнийг гаргахад тодорхойлогч 32-д хуваагдана гэж гарна. Тодорхойлогчийг эхний 3 мөрөөр задалъя. Уг 3 мөрийн баганууд нь ± 1 тэмдгийн нарийвчлалтайгаар

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

гэсэн 4 боломжтой. a, b, c, d -ээс баганууд нь тогтох 3-р эрэмбийн тодорхойлогч нь эсвэл 0 (аль нэг хоёр багана нь ижил үед), эсвэл ± 4 гарахыг хялбархан тогтоож болно.

1) Эхний 3 мөрөнд аль нэг багана, тухайлбал a нь 3 буюу түүнээс олон байвал 6 багана нь $aaaxyz$ болох ба эндээс 2 ширхэг a ороогүй гурвалыг яг 10 (нэг a -г xyz -ын 2-той авах боломж 3 ба xyz гэж авах (боломж бий) янзаар сонгох боломжтой тул энэ үед тодорхойлогч нь $10 \cdot 4 \cdot 4 = 160$ -аас хэтрэхгүй.

2) Хэрэв тодорхойлогчийн эхний 3 мөр $aabbcc$ бол өмнөхтэй адил тооцоо хийхэд тодорхойлогч $8 \cdot 4 \cdot 4 = 128$ -аас хэтрэхгүй гэж гарна.

3) Одоо эхний 3 мөр $aabbcd$ хэлбэртэй болог. Энэ үед 3 ялгаатай багана сонгох боломж 12 буюу тодорхойлогч $12 \cdot 4 \cdot 4 = 192$ -оос хэтрэхгүй гэж гарах боловч 192 байхын тулд сүүлийн 3 мөр нь мөн $xxuuzw$ хэлбэртэй болох ба тодорхойлогчийг 192 гаргахын тулд aa, bb багануудын дор zw багана, байрлахаас өөр аргагүйд хүрч зөрчил үүснэ.

4. $N = \frac{C_{p^2-p}^p}{p}$ болохыг баталвал батлах зүйл хялбархан гарна. Мөн өөрөөр, A олонлогт орсон p модулиар ялгаатай элементүүд

дийн бүтцийг ашиглан тоолж баталж болно.

Олимпиадын дүн

(Мэргэжлийн I анги)

1. Г.Батзаяа (МУИС,МКС,ОМ-I)

(Мэргэжлийн II-IV анги)

1. Ч.Сугардорж (МУИС,МКС,ОМ-II)

2. А.Ганбат (МУИС,МКС,ОМ-II)

3. Т.Хулан (МУИС,МКС,ОМ-IV)

г) Мэргэжлийн анги багийн тэмцээн 2006.04.22.

1 (Б.Батцэнгэл). Хавтгай дээр 1 цэгт үл огтлолцох l_1, l_2, l_3 шулуунууд өгөгдөв. $T = T_{l_1} \circ T_{l_2} \circ T_{l_3}$ бол T^2 нь параллель заалт гэдгийг батал. (Энд T_l -ээр l шулууны хувьд тэгш хэмиийг тэмдэглэв).

2 (Б.Батцэнгэл).

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & \dots & \dots \\ 3 & 5 & \dots & \dots & \dots \\ 6 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & n^2 - 2 \\ \dots & \dots & \dots & n^2 - 1 & n^2 \end{pmatrix}$$

матрицын тодорхойлогчийг ол.

3 (В.Адъяасүрэн). $a_0, a_1 \in \mathbb{R}$ ба $n \geq 2$ үед $a_n = a_{n-1} - \frac{2}{n}a_{n-2}$

бол $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ цуваа нийлэхийг батал.

4 (Б.Батцэнгэл). Бөмбөрцөгт аль ч 3 нь нэг цэгт үл огтлолцох n ширхэг их тойрог татая. Үүссэн хөрш улс бүр яг 1 хилийн боомттой бөгөөд эдгээр боомтууд бүгд ялгаатай байв. $4|n$ байх үед жуулчин бүх улсаар 1, 1 удаа дайрч тойрон аялж чадахгүй гэдгийг батал.

5 (Б.Батцэнгэл). $a \times b$ хэмжээтэй тэгш өнцөгтийг $x_1, \dots, x_n$ талтай квадратуудыг зүйж хийв. Дурын i ($1 \leq i \leq n$) тооны хувьд $\frac{x_i}{a}, \frac{x_i}{b}$ тоонууд рационал гэдгийг батал.

6 (В.Адъяасүрэн). $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ тасралтгүй функцийн хувьд

$F(x) = \int_0^x f(t)dt$ болог (энэ интеграл нийлнэ). Хэрэв $\int_0^{\infty} f^2(x)dx$,

$\int_0^{\infty} x^2 F^2(x)dx$ интегралууд нийлдэг бол

$$\int_0^{+\infty} F^2(x)dx \leq 2 \sqrt{\int_0^{+\infty} x^2 F^2(x)dx} \cdot \sqrt{\int_0^{+\infty} f^2(x)dx}$$

тэнцэл биш биелэхийг батал.

Зарим бодлогын бодолт

1. p, q шулуунуудын хувьд $T_p \circ T_q$ нь p, q шулуунуудын хоорондох өнцгөөс 2 дахин их өнцгөөр эргүүлсэн эргүүлэлт юм. Иймд

$$T^2 = (T_{l_1} \circ T_{l_2}) \circ (T_{l_3} \circ T_{l_1}) \circ (T_{l_2} \circ T_{l_3})$$

хувиргалт нь 3 эргүүлэлтийн композиц бөгөөд $l_1, l_2; l_3, l_1; l_2, l_3$ шулуунуудын хоорондох өнцгийн нийлбэр π тул T^2 нь нийтдээ 2π өнцгийн гурван эргүүлэлтийн композиц байна. Энэ композиц нь параллель зөөлт юм.

2. Эхлээд өгсөн тодорхойлогчийн эхний ба эцсийн мөр, 2-р ба $(n-1)$ -р мөр, ... мөрүүдийн байрыг солино. Дараа нь гарсан матрицын 2-р баганаас 1-р баганыг, 3-р баганаас 2-р баганыг, ..., n -р баганаас $(n-1)$ -р баганыг хасна. Дараа нь 2-р мөрөөс 1-р мөрийг, 3-р мөрөөс 2-р мөрийг, ..., n -р мөрөөс $(n-1)$ -р мөрийг

$$\text{хасна. } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 & 11 \\ 6 & 9 & 12 & 14 \\ 10 & 13 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 & 4 & 2 & 1 \\ 11 & 8 & 5 & 3 \\ 14 & 12 & 9 & 6 \\ 16 & 15 & 13 & 10 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 7 & -3 & -2 & -1 \\ 11 & -3 & -3 & -2 \\ 14 & -2 & -3 & -3 \\ 16 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тэгвэл $\begin{pmatrix} \frac{n^2-n}{2} + 1 & -u \\ v & B \end{pmatrix}$ хэлбэртэй матрицад шилжих ба энд

$u = (n-1, \dots, 1)$, $v = (n, \dots, 2)^t$ ба B нь гол диагоналийн дээр -1 гэсэн элементтэй кососсимметр матриц юм.

$$\det \begin{pmatrix} a & -u \\ v & B \end{pmatrix} = a \cdot \det B + v \cdot \hat{B} \cdot u$$

(энд $\hat{B} = (B_{ij})^t$ нь B -тэй уялдсан матриц) гэсэн томъёог ашиглавал сүүлийн тодорхойлогчийг хялбархан бодож болно.

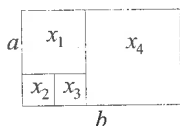
Хариу: $n = 2k$ үед $(-1)^k \cdot k(k+1)$ $n = 2k+1$ үед $(-1)^k \cdot (2k^2 + 2k + 1)$.

4. Их тойрог бүр бөмбөрцгийг 2 хэсэгт хуваах тул шинээр их тойрог татахад уг их тойргийн нэг талд байгаа хэсгүүдийн өнгийг хэвээр, нөгөө талд байгаа бөмбөрцгийн хэсгүүдийн өнгийг эсрэгээр солих замаар уг бөмбөрцгийн хэсгүүдийн граф нь талсуудын 2 будалттай гэдгийг хялбархан харуулж болно. Их тойрог бүр бусад их тойргуудаар $2n-2$ хэсэгт хуваагдах тул уг графын ирмэгийн тоо $2n(n-1)$, их тойрог бүр дээр $2n-2$ орой байх ба 2 их тойрог нь 2 ерөнхий оройтой тул графын ирмэгийн тоо $n(n-1)$ юм. Эйлерийн томъёо ёсоор графын талсын тоо

$$2 + 2n(n-1) - n(n-1) = 2 + n(n-1)$$

байна. $4|n$ үед энэ тоо нь $4k+2$ хэлбэртэй байна. Хэрэв n тэгш бол диаметрээр эсрэг 2 тал ижил өнгөтэй байх тул ижил өнгөтэй талын тоо тэгш юм. Эндээс $4|n$ үед эсрэг өнгөтэй талуудын тоо ялгаатай болох нь батлагдав. Энэ нь бүх талаар нэг нэг удаа дайрч тойрж болохгүй гэдгийг харуулна. Учир нь ингэж тойроход очсон талсын өнгө ямагт өөрчлөгдөх тул эсрэг өнгөтэй талын тоо тэнцүү байх ёстой.

5. Тэгш өнцөгтийн урт ба өргөнийг тооцвол зарим x_i -үүдийн



нийлбэр нь a эсвэл b -тэй тэнцүү гэсэн тэгшитгэлүүдийн систем үүснэ. Жишээ нь зурагт өгөгдсөн хуваалтын хувьд

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 + x_3 = a \\ x_4 = a \\ x_1 + x_4 = b \\ x_2 + x_3 + x_4 = b \end{cases}$$

гэсэн тэгшитгэлийн систем үүснэ. Уг систем нь ядаж нэг шийдтэй тул $x_1, \dots, x_n$ -г a, b -ээр илэрхийлж олж болно. Өөрөөр хэлбэл, $x_i = \lambda_i a + \mu_i b$ байх $\lambda_i, \mu_i \in \mathbb{Q}$ рационал тоонууд олдох ёстой. Хэрэв x_i -ийн энэ илэрхийллүүдийг тэгшитгэлд орлуулбал тэгшитгэлүүд нь $p_j a + q_j b = 0$ хэлбэрт шилжинэ. Хэрэв бүх $p_j = q_j = 0$ бол манай тэгшитгэлийн систем ямар ч a, b -ийн хувьд шийдтэй гэсэн үг юм. Гэтэл

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)a^2 + 2\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_i\right)ab + \left(\sum_{i=1}^n \mu_i^2\right)b^2 = ab$$

тэнцэл нь дурын a, b -ын хувьд биелэхийн тулд $\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^n \mu_i^2 = 0$ буюу $\lambda_i = \mu_i = 0$ байх ёстой. Энэ зөрчил нь ямар нэгэн $p_j, q_j \neq 0$ буюу $b = ra, r \in \mathbb{Q}$ гэдгийг хэлнэ. Иймд $\frac{x_i}{a} = \lambda_i + \mu_i r \in \mathbb{Q}, \frac{x_i}{b} = \mu_i + \frac{\lambda_i}{r} \in \mathbb{Q}$ болж батлах ёстой зүйл батлагдав.

Багийн тэмцээний дүн

	1	2	3	4	5	6	Нийт	Байр
ОМ I	.6			.6			.12	II
ОМ II	.6	6					.12	I
ОМ III								
ОМ IV								

ОУ-ын Математикийн 47-р олимпиадад оролцсон тухай

Б.Баяржаргал (Олонлог)

ОУМО-47 Словень улсын нийслэл Люблян хотноо 2006 оны 7-р сарын 6-18-нд тус улсын ерөнхийлөгч доктор Янеш Жирнов-шийн ивээл дор амжилттай сайхан болж өнгөрлөө.

Олимпиадад 94 орны 522 өсвөрийн шилдэг тоочид, оюуны баяр, ухааны цэцийг сорин уралдснаас багийн дүнгээр Хятад 214, Орос 174, Өмнөд Солонгос 170, Герман 157, АНУ 154 оноотойгоор айрагдаж Монгол 80 оноо авч 44-р байр эзлэв.

Манай улсаас: 1. Б.Сумъяа (УБ, Олонлог 10-р анги) 17 оноо хүрэл

2. Ц.Бат-Эрдэнэ (УБ Шинэ үе, 11-р анги) 16 оноо хүрэл

3. Г.Батзаяа (МУИС, I курс) 14 оноо

4. Э.Тэмүгэ (УБ, 1-р сургууль 9-р анги) 14 оноо

5. Н.Балжинням (Увс, 10-р анги) 10 оноо

6. Д.Жаргалсайхан (УБ, 1-р сургууль 10-р анги) 9 оноо

оролцлоо. Олимпиадын 1 ба 4-р бодлогууд харьцангуй хялбар байснаас хүрэл медалийн босго 15 оноо болсон юм. Харин мөнгөн медаль 19, алтан медаль 28 оноогоор босгоо тогтоосон нь бусад бодлого харьцангуй хүнд, өөрөөр хэлбэл нийт 6 бодлогоны хүнд хөнгөний зөрүү нэлээд хол байсныг илтгэж байна.

Манай сурагчид 1-р бодлогыг бүгд бүрэн бодсон боловч 4-р бодлого дээр хариуцлагагүй алдаа гаргасны улмаас Б.Сумъяа, Э.Тэмүгэ, Г.Батзаяа нар өөр бодит амжилт үзүүлэх боломжоо алдсан юм.

Гэвч энэ удаагийн алдаа дараагийн амжилтын өмнөх шат болох нь дамжиггүй.

ОУ-1. ABC гурвалжинд багтсан тойргийн төв I байг. Уг гурвалжин дотор P цэгийг

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

байхаар авав. $AP \geq AI$ болохыг баталж тэнцэл биелэх зайлшгүй бөгөөд хүрэлцээтэй нөхцөл нь P цэг I -тэй давхцах явдал гэж батал.

ОУ-2. Зөв 2006 өнцөгт P -ийн диагоналийн төгсгөлийн цэгүүд нь P -ийн хилийг тус бүр нь сондгой тооны тал агуулах хоёр хэсэгт хувааж байвал түүнийг сайн гэе. P -ийн талуудыг мөн сайн гэе. Аль ч хоёр нь P -ийн дотор ерөнхий цэггүй байх 2003 диагоналаараа P гурвалжнуудад хуваагдсан байг. Тийм хуваалтад хоёр сайн талтай адил хажуут гурвалжин хамгийн олондоо хэд байж болох вэ?

ОУ-3. Аливаа a, b, c бодит тоонуудын хувьд

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

тэнцэл биш биелэх хамгийн бага бодит тоо M -г ол.

ОУ-4. $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$ байх бүхэл тооны бүх хос $(x; y)$ -г ол.

ОУ-5. $P(x)$ бүхэл коэффициенттэй $n > 1$ зэргийн олон гишүүнт ба k дурын натурал тоо байг.

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$$

олон гишүүнтийг авъя (энд P k удаа орсон). $Q(t) = t$ байх бүхэл тоо t n -ээс илүүгүй оршин байхыг батал.

ОУ-6. Гүдгэр олон өнцөгт P -ийн b тал бүрт, нэг тал нь b -тэй давхцах P -д агуулагдах гурвалжнуудын талбайн хамгийн ихийг харгалзуулъя. P -ийн бүх талуудад харгалзах талбайнуудын нийлбэр, P -ийн талбайг хоёр дахин авснаас багагүй гэж батал.

ОУ-1. $\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB \Rightarrow \angle PBC + \angle PCB = \frac{\angle B + \angle C}{2} \Rightarrow$

$\angle BPC = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 180^\circ - \frac{\angle B + \angle C}{2} \Rightarrow \angle BIC = 180^\circ - (\angle IBC + \angle ICB) = 180^\circ - \frac{\angle B + \angle C}{2} \Rightarrow \angle BIC = \angle BPC = 180^\circ - \frac{\angle B + \angle C}{2}$ болж B, I, P, C дөрвөн цэг нэг тойрог дээр оршино.

AI шулуун ABC гурвалжны багтаасан тойрогтой O цэгээр огтлолцдог гэе. $\angle OIC = \angle IAC + \angle ICA = \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle C}{2} = \frac{\angle A + \angle C}{2}$

$\angle ICO = \angle ICB + \angle BCO = \angle ICO + \angle BAO = \frac{\angle C}{2} + \frac{\angle A}{2} = \frac{\angle C + \angle A}{2} \Rightarrow \angle OIC = \angle OCI \Rightarrow OI = OC.$

$\angle CBO = \angle OAC = \frac{\angle A}{2}$, $\angle BCO = \angle BAO = \frac{\angle A}{2} \Rightarrow \angle BCO = \angle OBC \Rightarrow OB = OI = OC \Rightarrow BIC$ гурвалжны багтаасан тойргийн төв O болно. Уг тойргийг w гэвэл P цэг w тойрог дээр оршино. $(AI) \cap (w) = M$, $(AP) \cap (w) = N$ гэе. Огтлогч шүргэгчийн теоремоор $AI \cdot AM = AP \cdot AN \Rightarrow AI^2 + AI \cdot IM = AP^2 + AP \cdot PN \leq AP^2 + AP \cdot IM \Leftrightarrow (AP - AI)(AP + AI + IM) \geq 0 \Rightarrow AP \geq AI \Rightarrow AP = AI$ бол $PM = IM$ болох ба $P \equiv I$ үед л биелэх юм.

ОУ-2. Лемм: Ямар нэгэн AB диагоналийн A, B цэгүүдээр 2006 өнцөгт хоёр хэсэгт хуваагдсаны богино хэсгийг L гэе. L нь n хэрчмээс тогтсон байг. Тэгвэл L дээр оройтой "сайн" гурвалжны тоо $\frac{n}{2}$ -оос хэтрэхгүй.

Индукцээр батлая. $n = 2$ үед илэрхий. $2 < n \leq 1003$ байх n -ийн хувьд түүнээс бага аливаа L нумын хувьд лемм үнэн байг. A, B төгсгөлүүдтэй n урттай L нумыг авч үзье. L дээрээ хамгийн урт PQ тал бүхий PQS "сайн гурвалжин"-г сонгож авъя.

Хэрэв тийм гурвалжин олдохгүй бол баталгаа дуусна.

Энд $PSQ \geq 90^\circ$ тул $PS = SQ$ ба L_{PS} , L_{SQ} нь сондгой $2k + 1$ талуудтай байна.

Индукц ёсоор L_{PS} , L_{SQ} дээрх "сайн гурвалжны" тоо тус бүр k -с хэтрэхгүй. Түүнчлэн L_{PA} , L_{QB} дээр нэгэн зэрэг оройтой "сайн гурвалжин" байхгүй. Учир нь PQ хамгийн урт. Иймд L_{PA} , L_{QS} , L_{PS} , L_{QB} нумууд дээрх "сайн гурвалжны" тоог тооцоод дээр нь PQS гурвалжныг нэмбэл индукц ёсоор $[L_{AB}] \leq \frac{n}{2}$ гэж лемм батлагдав. Одоо хамгийн урт XY диагональ сонгож авъя. L_{XY} дээрх оршихгүй Z цэг 2006 өнцөгтөөс олдоно. 2006 өнцөгт дээрх нийт "сайн гурвалжин"-ы тоо L_{XY} , L_{YZ} , L_{ZX} нумууд дээрх "сайн гурвалжны" тоонуудын нийлбэр байх тул лемм ёсоор уг тоо $\frac{2006}{2} = 1003$ -аас хэтрэхгүй. Одоо яг 1003 "сайн гурвалжин"-тай байх жишээ байгуулъя. $A_1 \rightarrow A_3 \rightarrow A_5 \rightarrow \dots A_{2005} \rightarrow A$ гэж холбон диагоналиуд татахад бидний хэрэгтэй жишээ байгуулагдах юм.

ОУ-3. (Б.Сумъяагийн бодолт)

$$\begin{aligned} ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) &= ab(a^2 - b^2) + c^3(a - b) - c(a^3 - b^3) = \\ &= ab(a - b)(a + b) + c^3(a - b) - c(a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)(a^2b + ab^2 + \\ &+ c^3 - ca^2 - cab - cb^2) = (a - b)(ab(a - c) + b^2(a - c) - c(a - c)(a + c)) = \end{aligned}$$

$$(a-b)(a-c)(ab+b^2-ac-c^2) = (a-b)(a-c)(a(b-c)+(b-c)(b+c)) = (a-b)(a-c)(b-c)(a+b+c).$$

$$\max\{a, b, c\} = a \text{ гэе. } (ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2))^2 = ((a-b)(a-c)(b-c)(a+b+c))^2 = (a^2 - ab - ac + bc)^2 \cdot (b^2 - 2bc + c^2)(a+b+c)^2 = \frac{1}{2}((a^2 - ab - ac + bc)(a^2 - ab - ac + bc)(2b^2 - 4bc + 2c^2))(a+b+c)^2$$

Хаалтан дахь гурван тооны хувьд Кошийн тэнцэтгэл биш хэрэглэвэл:

$$A \leq \frac{1}{2} \left(\frac{(a^2 - ab - ac + bc) + (a^2 - ab - ac + bc) + (2b^2 - 4bc + 2c^2)}{3} \right)^3 \cdot (a+b+c)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc}{3} \right)^3 \cdot (a+b+c)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc}{3} \right) \cdot \left(\frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ca - 2ab - 2bc}{3} \right) \cdot (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca)$$

4 тооны хувьд Кошийн тэнцэтгэл биш хэрэглэвэл:

$$A \leq \frac{1}{2} \left(\frac{3 \frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc}{3} + a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca}{4} \right)^4 = \frac{1}{2} \left(\frac{3(a^2 + b^2 + c^2)}{4} \right)^4$$

$$A = (ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2))^2 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{3(a^2 + b^2 + c^2)}{4} \right)^4 \Rightarrow |ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq \frac{9}{16\sqrt{2}} (a^2 + b^2 + c^2)^2 \Rightarrow M = \frac{9}{16\sqrt{2}}$$

болно. Уг тэнцэтгэл биш тэнцэлдээ хүрэхийн тулд:

$$\begin{cases} a^2 - ac - ab + bc = 2b^2 - 4bc + 2c^2 & (1) \\ \frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc}{3} = (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca) & (2) \end{cases}$$

$$a^2 - ac - ab + bc = 2b^2 - 4bc + 2c^2 \Rightarrow a^2 - a(b+c) - (2b^2 - 5bc + 2c^2) = 0$$

$$a\text{-ийн хувьд квадрат тэгшитгэл гэвэл: } D = (b+c)^2 + 4 \cdot (2b^2 - 5bc + 2c^2) = (3b - 3c)^2 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{(b+c) \pm (3b-3c)}{2} \Rightarrow a_1 = 2b - c$$

$$a_2 = 2c - b \quad a = 2b - c \text{ гэе. } (2)\text{-оос } a^2 + b^2 + c^2 + 8ab + 8bc + 8ca = 0. (2b - c)^2 + b^2 + c^2 + 8b(2b - c) + 8bc + 8c(2b - c) = 0 \Leftrightarrow 4b^2 - 4bc + c^2 + b^2 + c^2 + 16b^2 - 8bc + 8bc + 16bc - 8c^2 = 0.$$

$$21b^2 - 12bc - 6c^2 = 0 \quad / \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow 7b^2 - 4bc - 2c^2 = 0 \quad b^2\text{-ын хувьд квадрат}$$

$$\text{тэгшитгэл гэвэл: } D = 16c^2 + 56c^2 = 72c^2 \quad b_{1,2} = \frac{4c \pm \sqrt{72c}}{14} = \frac{2c \pm 3\sqrt{2c}}{7}$$

$$b = \frac{2c + 3\sqrt{2c}}{7}, \quad a = 2 \cdot \frac{2c \pm 3\sqrt{2c}}{7} - c = \frac{6\sqrt{2c} - 3c}{7} = c \left(\frac{6\sqrt{2} - 3}{7} \right). \quad c < 0 \text{ үед}$$

$$M = \frac{9}{16\sqrt{2}} \text{ хамгийн бага утгатай байна.}$$

ОУ- 4. $x \leq -1$ бол ($x = -z, \quad z > 1$ гэе) $1 + 2^x + 2^{2x+1} = 1 + 2^{-z} + 2^{-2z+1} = 1 + \frac{1}{2^z} + \frac{1}{2^{2z-1}} = 1 + \frac{2^{z-1} + 1}{2^{2z-1}}. \quad (2^{z-1} + 1, 2) = 1$ учир $1 + 2^x + 2^{2x+1} \notin Z \Rightarrow x \geq -1. \quad x = -1$ үед $\emptyset, \quad x = 0$ үед $y = \pm 2.$

$x \in N$ үед бодъё. $2^x(2^{2x+1} + 1) = (y - 1)(y + 1) \Rightarrow y = 2^k \cdot a \pm 1$ (a сондгой, $k \in N$) $k \geq 2$ юм.

$2^x(2^{x+1} + 1) = 2^{2k+1} \cdot a(2^{k-1} \cdot a \pm 1) \Rightarrow k + 1 = x, \quad k = x - 1 \Rightarrow 2^{x+1} + 1 = a \cdot (2^{x-2} \cdot a \pm 1) \quad 2^{x+1} + 1 = 2^{x-2} \cdot a^2 \pm a \Rightarrow \pm a \equiv 1(2^{x-2}),$
 $a \equiv \mp 1(2^{x-2}), \quad a = 2^{x-2} \cdot b \pm 1, \quad b \in N \Rightarrow 2^{x+1} = 2^{x-2}((2^{x-2}b \pm 1)^2 \pm b),$
 $8 = (2^{x-2}b \pm 1)^2 \pm b, \quad 7 = 2^{2x-1} \cdot b^2 \pm b(2^{x-1} \pm 1) = b(2^{2x-1} \cdot b \pm (2^{x-1} \pm 1)) \Rightarrow b|7. \quad b = 1 \vee b = 7. \quad b = 1 : \quad 8 = (2^{x-2} \pm 1)^2 \pm 1 \Rightarrow 9 = (2^{x-2} \pm 1)^2 \Rightarrow x = 4, \quad y = \pm 23$

$b = 7. \quad 1 = 2^{2x-4} \cdot 7 \pm (2^{x-1} + 1) \quad x \geq 3$ үед шийдгүй юм. $x = 2, \quad x = 1$ үед шийдгүй учир $(0, \pm 2), (4, \pm 23)$.

ОУ-5. $P(y) = y$ байх аливаа y -ийн хувьд $Q(y) = y$ байх нь илт. Иймд $P(x_0) \neq x_0$ байх боловч $Q(x_0) = x_0$ байх x_0 -ийн талаар судлая. $P(x_0) = x_1, \quad P(x_1) = x_2, \dots, P(x_{k-1}) = x_k = Q(x_0) \Rightarrow x_k = x_0$

Лемм 1. $a, b \in Z, \quad P(x) \in Z[x]$ хувьд $P(a) - P(b) : a - b$ байна (Баталгаа нь хялбар тул уншигчид үлдээв).

$$x_0 - x_1, \quad x_1 - x_2, \dots, x_{k-1} - x_k, \quad x_k - x_{k+1} = x_0 - x_1 \quad (*)$$

байх 0 биш ялгаваруудыг лемм ашиглан өмнөх нь дараахаа хуваана гэдгийг тогтоож болно. Иймд дээрх ялгаврууд зөвхөн тэмдгийн зөрүүтэй буюу абсолют хэмжээгээр тэнцүү юм. Иймд $x_m = \min(x_1, x_2, \dots, x_k)$ гэвэл $x_{m-1} - x_m = -(x_m - x_{m+1}) \Rightarrow x_{m-1} = x_{m+1} \Rightarrow P(x_{m-1}) = x_m, \quad P(x_m) = x_{m+1} = x_{m-1}$. Иймд $(*)$ дараалал $(+), (-)$ тэмдэг сөөлжилнө гэсэн үг. Өөрөөр хэлбэл $Q(x)$ -ийн аливаа үл хөдлөх ($Q(x) = x$ байх) бүхэл цэг бүр нь $P(P(x))$ -ын үл хөдлөх цэг болох юм. $P(P(x))$ -ийн үл хөдлөх a цэгийг авч үзье. Энд $b = P(a) \neq a$ бөгөөд $a \neq \alpha$ байх α үл хөдлөх цэгийн хувьд $P(\alpha) = \beta, \quad P(\beta) = \alpha$ байг. $(\alpha, a), (\beta, b), (\alpha, b), (\beta, a)$ хосуудын хувьд лемм 1-ийг хэрэглэе.

$$\left. \begin{array}{l} P(\alpha) - P(a) = \beta - b : \alpha - a \\ P(\beta) - P(b) = \alpha - a : \beta - b \end{array} \right\} \rightarrow \alpha - a = \pm(\beta - b)$$

$$\left. \begin{array}{l} P(\alpha) - P(b) = \beta - a : \alpha - b \\ P(\beta) - P(a) = \alpha - b : \beta - a \end{array} \right\} \rightarrow \alpha - b = \pm(\beta - a) \quad (2)$$

(2) $\Rightarrow \alpha + \beta = a + b$ нөхцөл үлдэнэ. Бусад нь зөрчилтэй. $a + b - \alpha - P(\alpha) = 0 \Rightarrow \forall \alpha$ нь $Q(x)$ -ийн үл хөдлөх цэг тул $Q(x)$ -ийн бүх үл хөдлөх цэг $F(x) = a + b - x - P(x)$ олон гишүүнтийн язгуур болох бөгөөд $F(x)$ нь n зэргийн тул түүний язгуурын тоо n -ээс хэтрэхгүй. Бодлого бодогдов.

ОУ-6 Бодлогын нөхцөл дэхь гурвалжнуудыг тэмдэглэгдсэн гурвалжин гэж нэрлээд дараах леммийг баталъя.

Лемм. S талбайтай аливаа $2n$ өнцөгтийн хувьд тэмдэглэгдсэн гурвалжинуудаас талбай нь $\frac{S}{n}$ -ээс багагүй байх гурвалжин олдоно.

Баталгаа Төгсгөлийн цэгүүдээрээ олон өнцөгтийг тэнцүү тооны талуудтай хэсгүүдэд хуваах диагоналийг гол диагональ гээ. $b = AB$ талын хувьд AA' , BB' гол диагоналиудын оглолцлын цэгийг P гээ.

$S_{ABP} = \Delta_b$ гэж тэмдэглэе. Тэгвэл $\sum \Delta_b \geq S$ байна. Иймд $\Delta_b + \Delta_{b'} \geq \frac{S}{n}$ байх $b = AB$, $b' = A'B'$ эсрэг талууд олдоно. $PB \geq PB'$ байг. $S_{ABA'} = \Delta_b + S_{PA'B} \geq \Delta_b + \Delta_{b'} \geq \frac{S}{n}$ лемм батлагдав. Одоо S талбайтай $a_1, a_2, \dots, a_n$ талуудтай P гүдгэр олон өнцөгтийн хувьд S_i нь a_i тал бүхий тэмдэглэгдсэн гурвалжны талбай байг. Тэгээд эсрэгээс нь $\sum_{i=1}^m \frac{S_i}{S} < 2$ гэж үзвэл $\frac{S_i}{S} < q_i$ ба

$\sum_{i=1}^m q_i = 2$ байх $\exists q_i \in Q$, $i = \overline{1, m}$. Дээрх бутархайнуудын ерөнхий

хуваарь нь n байг. $q_i = \frac{k_i}{n} \Rightarrow \sum_i k_i = 2n$. Одоо a_i тал бүрийг k_i

тэнцүү хэсэгт хувааж P олон өнцөгтийг $2n$ өнцөгт болгоё. Лемм ёсоор b суурьтай H -оройтой $S_\delta \geq \frac{S}{n}$ байх δ гурвалжин олдоно. b нь a_i суурийн нэг хэсэг байг. a_i суурьтай H оройтой w гурвалжны талбайг тооцвол $S_w = k_i S_\delta \geq k_i \frac{S}{n} = q_i S > S_i$ болж S_i -н сонголтонд зөрчив.

"Төгс Тоо" төвийн тухай

Манай орны математик боловсролын хөгжилд мэдэгдэхүйц амжилт гарч математикийн гүнзгийрүүлсэн сургалттай сургууль, ангиуд олноор байгуулагдаж байгааг харгалзан үзэж, тэднийг нэгдсэн удирдлага, үйл ажиллагаагаар хангах зорилгоор БСШУЯ-ны санаачилга дэмжлэгтэйгээр Монгоолын Математик Олимпиадын Хорооны дэргэд математикийн багш нарын мэргэжил дээшлүүлэх "Төгс тоо" төв байгуулагдсаар хэдэн жил болж байна. Тус төв нь математикийн гүнзгийрүүлсэн сургалттай ангийн багш нарын мэргэжлийг системтэйгээр дээшлүүлэх ажлынхаа хүрээнд дунд ангийн багш нарын дунд тус бүр 90 цагийн багтаамжтай, 90000 төгрөгийн төлбөртэй I ба II шатны дамжааг 15 хоногоор; бага ангийн багш нарын дунд 60 цагийн багтаамжтай, 60000 төгрөгийн төлбөртэй сургалтыг 12 хоногоор хичээллүүлж, дамжааг амжилттай дүүргэсэн хүмүүст харгалзах сертификат олгон төгсгөдөг юм. Жил бүрийн хичээлийг МУИС, хичээлийн III байрны 306, 308 тоотод 6 сарын 23-24-нд бүртгэж, хичээл 6 сарын 25-аас эхлэн явагддаг. Төлбөрийг "Төгс тоо" төв дансанд хийж, төлбөрийн баримтаа үзүүлээд бүртгүүлж болно, эсвэл бэлнээр авчирна.

"Төгс тоо" төвийн данс:

Лавлах утас:

Голомт банк

2119483, "Төгс тоо" төв

312383 (гэр)

99879779 (Ц.Дашдорж)

ГАРЧИГ

Математикийн олимпиадын сүлд дуу.....	3
Олимпиадын дүнгийн тухай /Ц.Дашдорж/.....	4
Монгол Улсын Гавъяат багш А.Мекейн тухай зарим дурсамж	9
VII ангийн III даваа /Б.Сандагдорж, Ш.Батхишиг/	68
VIII ангийн III даваа /Б.Сандагдорж, Ш.Батхишиг, Ч.Гантөмөр/	70
VIII ангийн IV даваа /Ш. Батхишиг/	72
IX ангийн III даваа /Н.Дайвий-Од/	76
IX ангийн IV даваа /Ч.Гантөмөр/	81
X ангийн III даваа /Б.Батбаясгалан/	86
X ангийн IV даваа /Б.Батбаясгалан/	89
Багын багшийн III даваа /В.Адъяасүрэн/	95
Багын багшийн IV даваа /Д.Ганзориг/	95
Дундын багшийн III даваа /Ц.Дашдорж/	98
Дундын багшийн IV даваа /Ц.Дашдорж/	102
ОМУО-47, I сорил /А.Ганбат (Олонлог)/	108
ОМУО-47, II сорил /Б.Батцэнгэл /	109
ОМУО-47, III сорил /Б.Батбаясгалан (МУИС)/	111
ОМУО-47, IV сорил /Ц.Дашдорж/	114
ОМУО-47, V сорил /Ц.Дашдорж/	116
Монголын Оюутны Математикийн XIV Олимпиад	118
Олон улсын математикийн 47-р олимпиад	136
"Төгс тоо" төвийн тухай	142

Монголын Математикийн Нийгэмлэгт хандив өгсөн хүмүүсийн жагсаалт

	Нэрс	Албан газар	Утас	Хэдэн онд хаана ямар сургууль, мэргэжлээр төгссөн	Хандивын хэмжээ	Хэзээ өгсөн
1.	Б.Бат	"Их алт" ком-паний ерөнхий захирал	99115441	МУИС, Мат, 1987 он	250US\$	1998.04
2.	Б.Батбаасан	"Космо" ком-паний ерөнхий захирал	99115561	МУИС, Мат, 1987 он	100.000₮	1998.09
3.	Ц.Дашдорж	МУИС-ийн багш	372828	МУИС, Мат, 1969 он	50.000₮	1998.04
4.	Ү.Бадам	ШУА, ФТХ	368209	Эрхүү, УИС, 1969 он	4.000₮	1998.05
5.	С.Будням	ШУА, ФТХ	358949	Эрхүү, УИС, 1966 он	5.000₮	1998.05
6.	С.Тогмид	УБИС-ийн захирал	322705	МУИС, Мат, 1969 он	10.000₮	1998.06
7.	Д.Бямбажав	Математик хүрээлэнгийн захирал	451136	МУИС, Мат, 1970 он	5.000₮	1998.05
8.	Ш.Эрдэнэ	"Ээргэд" бро-керийн пүү-сийн захирал	99112152	МУИС, Мат, 1985 он	200US\$	1998.10
9.	Р.Ринчинбаазар	ЭГО	326454	МУИС, Мат, 1980 он	10.000₮	1999.03
10.	Н.Тунгалаг	МУИС-ийн ня-бо бүртгэл	-	МУИС, Ня-бо,	5.000₮	1998.05
11.	Ц.Болдсүх	МУИС-ийн .ш.харууссан орлогч захирал	322508	ХБНГУ, 1982 он	4.000₮	1998.05

12.	Н.Намсрай	УБИС-ийн багш	323626	ЛГУ, 1966 он	5.000₮	1998.05
13.	Р.Энхбат	МУИС-ийн багш	351007	ИГУ, 1980 он	5.000₮	1998.05
14.	Т.Жанлав	МУИС-ийн багш	325631	МУИС, Мат, 1970 он	5.000₮	1998.05
15.	Х.Гэндэнжамц	МУИС-ийн багш	325022	МУИС, Мат, 1955 он	3.000₮	1998.05
16.	А.Дорж	ФТХ	452313	Эрхүү, УИС, 1966 он	5.000₮	1998.05
17.	Ч.Бат-Эрдэнэ	НИК, Мэд Тех Газрын захирал	99117954	МУИС, Мат, 1991 он	100.000₮	1999.09
18.	А.Мекей	МУИС Док.-т албаны дарга	321983	МУИС, Мат, 1963 он	10.000₮	2000.04
19.	Ц.Лхамсүрэн	МУИС, МА-МО тэнхимийн эрхлэгч	321102	Мос.ИС, 1966 он	5.000₮	2000.04
20.	Б.Баясгалан	МУИС, Мат. Хүр. эрд. н.б.д.	451136	Урал ИС, 1978 он	50.000₮	2000.04
21.	Ш.Мөнхцэдэг	ХI сур-ийн захирал	99187215	МУИС, Мат, 1986 он	10.000₮	2000.03
22.	УБ, ХI сург.	Захирал Ш.Мөнхцэдэг	324649	-	100.000₮	2000.03
23.	Л.Хадхүү	МУИС, багш	684042	МУИС, Мат, 1979 он	5.000₮	2000.04
24.	Л.Өвгөн	МУИС, Хэр. мат. тэнхимийн эрхлэгч	311244	МУИС, Мат, 1959 он	10.000₮	2000.03

25.	В.Адъяасүрэн	МУИС, багш	321102	МУИС, Мат, 1983 он	10.000₮	2000.04
26.	Д.Пүрэвсүрэн	МУИС, багш	321107	МУИС, Мат, 1991 он	15.000₮	2000.10
27.	С.Чимэд	Гэртээ		ХААДС, 1968 он	4.000₮	2000.12
28.	А.Эрдэнэсоёл	МУИС, МТСур. Х анги			5.000₮	2001.01
29.	С.Чимэдцэрэн	МУИС, Мат. анализ тэнхимийн багш		МУИС, Мат, 1958 он	5.000₮	2001.06
30.	Б.Батбаасан	"Космо" компаний ерөнхий захирал	99115561	МУИС, Мат, 1987 он	1.000.000₮	2003.11
31.	Б.Баясгалан, Б.Баяржаргал	"Олонлог төв" сургууль	324010	Урал ИС, 1978 он УБИС, 1990 он	1.000.000₮	2003.11

50.000-аас доошгүй төгрөг хандивласан хүмүүс ба байгууллагад ММО-ын болоод ММН-ийн жил бүрийн цувралуудыг үнэгүйгээр авч байх болно.

Нийгэмлэгийн дотоод данс:

Голомт банк (1 салбар)
2250704 Р.Энхбат

Валютын данс:

Голомт банк (1 салбар)